Lezioni di economia monetaria e creditizia

Il modello con generazioni sovrapposte

Fabrizio Mattesini

Università di Roma "Tor Vergata"

April 30, 2013

La moneta nel modello con generazioni sovrapposte

- Anche nel modello a generazioni sovrapposte (overlapping generations o OLG) la moneta emerge endogenamente
- E' un modello più trattabile per studiare la politica monetaria
- Gli individui vivono due periodi. Possono essere giovani o vecchi
- In ogni periodo nasce un numero N_t d'individui
- C'è un solo bene
- Il bene è deperibile
- Gli individui ricevono una dotazione iniziale del bene y quando sono giovani

- $c_{1,t}$ consumo degli individui da giovani nel periodo t
- $c_{2,t+1}$ consumo degli individui da vecchi nel periodo $t+1$
- Gli individui derivano utilità dal consumo in ciascun periodo
- Curve d'indifferenza tra il consumo al tempo t e il consumo al tempo $t+1$
- Il problema è che gli individui vogliono consumare in entrambi i periodi
- Il bene tuttavia è deperibile
- come fanno i giovani ad acquisire il bene di consumo per la vecchiaia?

Generation \ Period		1	2	3	4	5	6	7
Initial old	0	0						
Future generations	1	y	0					
	2		y	0				
	3			y	0			
	4				y	0		
	5					y	0	
							…	…

Figure 1.1. The pattern of endowments. In each period t, generation t is born. Each individual lives for two periods. Individuals are endowed with y units of the consumption good when young and 0 units when old. In any given period, one generation of young people and one generation of old people are alive. The name of this model, the overlapping generations model, follows from this generational structure.

La soluzione del pianificatore benevolente

- Consideriamo individui tutti identici (socieà egalitaria)
- ammontare totale del bene di consumo: $N_t y$
- consumo totale dei giovani: $N_t c_{1,t}$
- consumo totale dei vecchi: $N_{t-1} c_{2,t}$
- Vincolo delle risorse per la società:

$$N_t c_{1,t} + N_{t-1} c_{2,t} \leq N_t y$$

- Se la popolazione è costante

$$Nc_{1,t} + Nc_{2,t} \leq Ny$$

- oppure

$$c_{1,t} + c_{2,t} \leq y$$

- Consideriamo un'allocazione stazionaria dove $c_{1,t} = c_1$ e $c_{2,t} = c_2$ per ogni t. In questo caso

$$c_1 + c_2 \leq y$$

- Questo rappresenta l'insieme delle allocazioni stazionarie ottenibili

- Un pianificatore benevolente sceglierà un'allocazione che sta alla tangenza tra curve d'indifferenza e l'insieme ottenibile
- regola aurea
- Si raggiunge il più alto livello di utilità nel corso della vita.
- Efficiente dal punto di vista paretiano
- (C'è un problema circa il benessere della prima generazione, ma non può essere risolto in termini puramente economici)

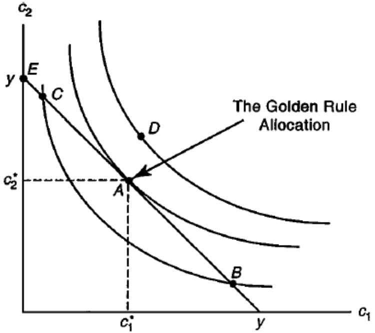

Figure 1.6. The golden rule allocation. The golden rule allocation is the stationary, feasible allocation of consumption that maximizes the welfare of future generations. It is located at a point of tangency between the feasible set line and an indifference curve (point A). This is the highest indifference curve in contact with the feasible set. As drawn, the golden rule allocation A allocates more goods to people when old than when young ($c_2^* > c_1^*$), but this is arbitrary. The tangency can just as easily have been drawn at a point where $c_2^* < c_1^*$.

Soluzioni decentralizzate

- Il problema è se la soluzione efficiente si può ottenere senza pianificatore, attraverso una serie di scambi mutualmente vantaggiosi
- Equilibrio concorrenziale:

  Gli individui fanno scambi mutualmente vantaggiosi
  Nessun potere di mercato
  Offerta $=$ domanda

- In un equilibrio senza moneta non si ha scambio. E' un equilibrio autarchico
- Il primo teorema dell'economia del benessere non è soddisfatto

- Perchè?
- I giovani non hanno interesse a scambiare con atlri giovani
- Anche lo scambio tra giovani è vecchi non è vantaggioso.
- I vecchi vogliono il bene che hanno i giovani, ma non possono dare in cambio niente.
- I giovani vorrebbero poter consumare nel periodo successivo, ma i vecchi che ricevono il bene oggi non saranno vivi domani
- E' una particolare forma di mancanza di doppia coincidenza dei bisogni

Equilibrio monetario

- Moneta fiduciaria
- Non può essere contraffatta
- Può essere conservata
- Può essere scambiata senza costi
- Ha valore solo come mezzo di scambio

- Un equilibrio monetario è un equilibrio concorrenziale dove la moneta ha valore
- L'offerta di moneta è limitata
- I vecchi della prima generazione hanno una quantità dimoneta M/N

La domanda di moneta

- Se gli individui pensano che la moneta non avrà valore domani non ha valore neppure nel presente
- Estendendo questa logica, possiamo predirre che la moneta fiduciaria non avrà valore oggi se sappiamo con certezza che che non avrà valore in qualche data futura T
- Se gli individui pensano che la moneta avrà valore in futuro allora ha valore anche nel presente
- Definiamo v_t il valore di un'unità di moneta in termini di beni
- Ne consegue che p_t (prezzo del bene) è $1/v_t$

Vincolo di bilancio individuale

- Vincolo di bilancio individuale nel primo periodo:

$$c_{1,t} + v_t m_t \leq y$$

- Vincolo di bilancio nel second periodo

$$c_{2,t+1} \leq v_{t+1} m_t$$

- I due vincoli implicano

$$c_{1,t} + \left(\frac{v_t}{v_{t+1}} \right) c_{2,t+1} \leq y$$

- $\frac{v_{t+1}}{v_t}$ è il tasso di rendimento della moneta

Il rendimento della moneta

- Ipotesi: i) gli individui sanno prevedere perfettamente il livello dei prezzi futuri (perfect foresight), ii) equilibrio strazionario
- In equilibrio la domanda di moneta è uguale all'offerta: $v_t M_t = N_t(y - c_{1,t})$ oppure

$$v_t = \frac{N_t(y - c_{1,t})}{M_t}$$

- In un equilibrio stazionario

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{\frac{N_{t+1}(y-c_1)}{M_{t+1}}}{\frac{N_t(y-c_1)}{M_t}} = \frac{\frac{N_{t+1}}{M_{t+1}}}{\frac{N_t}{M_t}}$$

- Se la popolazione e l'offerta di moneta sono costanti allora il prezzo della moneta è costante. Non c'è inflazione

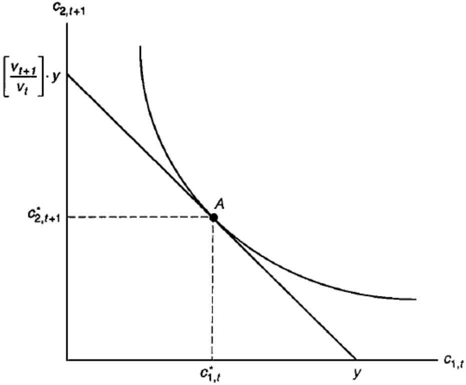

Figure 1.7. The choice of consumption with fiat money. At point A individuals maximize utility given their lifetime budget set in the monetary equilibrium. Point A is found by locating a point of tangency between an indifference curve and the individual's lifetime budget set line. The rate of return on fiat money determines the slope of the budget set line.

La teoria quantitativa della moneta

- Il prezzo dei beni è proporzionale all'offerta di moneta

$$p_t = \frac{1}{v_t} = \frac{M}{N(y - c_1)}$$

- Neutralità della moneta: un aumento dello stock di moneta non ha effetto sul consumo
- Il consumo è determinato soltanto dal tasso di rendimento della moneta
- La moneta migliora il benessere di tutti gli individui: senza la moneta gli individui non possono scambiare per consumare ciò che desiderano

La moneta e la regola aurea

- Con la moneta il vincolo di bilancio è la retta che limita l'insieme delle allocazioni possibili (feasible set) coincidono
- L'equilibrio stazionario con moneta pertanto soddisfa la regola aurea E' un'allocazione ottimale
- Anche i vecchi all'inizio del periodo stanno moeglio
- L'ipotesi tuttavia era una crescita costante della popolazione e dell'offerta di moneta

- Consideriamo un tasso di crescita della popolazione definito da $N_t = nN_{t-1}$
- Equilibrio stazionario: $N_t c_1 + N_{t-1} c_2 \leq N_t y$
- Dividendo per N_t otteniamo la retta che delimita l'insieme delle allocazioni possibili

$$c_1 + \left(\frac{1}{n}\right) c_2 \leq y$$

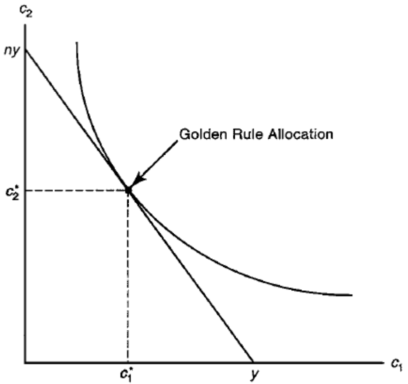

Figure 1.9. The golden rule allocation with a growing population. When the population grows at the rate n, the feasible set line has a horizontal intercept of y and a vertical intercept of ny. As before, the golden rule allocation is determined at a point of tangency between the feasible set line and an indifference curve.

Il vincolo di bilancio

- Sappiamo che in un equilibrio stazionario il vincolo di bilancio implica

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{\frac{N_{t+1}(y-c_1)}{M_{t+1}}}{\frac{N_t(y-c_1)}{M_t}} = \frac{\frac{N_{t+1}}{M_{t+1}}}{\frac{N_t}{M_t}}$$

- Se l'offerta di moneta è costante

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{N_{t+1}}{N_t} = \frac{nN_t}{N_t} = n$$

- Il valore della moneta aumenta nel tempo. C'è cioè deflazione

- In questo caso il vincolo di bilancio quando c'è crescita della popolazione diventa

$$c_1 + \left(\frac{v_t}{v_{t+1}} \right) c_2 \leq y \Leftrightarrow c_1 + \left(\frac{1}{n} \right) c_2 \leq y$$

- Identico alla retta che delimita l'insieme delle allocazioni possibili!
- Un pianificatore centrale benevolente, onnipotente e onnisciente non può fare meglio di quello che fanno gli individui con moneta fiduciaria quando semplicemente agiscono rispettando i loro vincoli di bilancio.

L'inflazione

- Quali sono le conseguenze di un' offerta di moneta che aumenta nel tempo?
- Popolazione costante. Bene non conservabile
- Moneta fiduciaria
- La crescita dell'offerta di moneta è: $M_t = zM_{t-1}$
- Pertanto:

$$M_t - M_{t-1} = M_t \left(1 - \frac{1}{z}\right)$$

- L'aumento della quantità di moneta è effettuato tramite un trasferimento "una tantum" ai vecchi, che vale a_t unità del bene di consumo

$$N_{t-1}a_t = v_t M_t \left(1 - \frac{1}{z}\right) \Rightarrow a_t = \frac{v_t M_t \left(1 - \frac{1}{z}\right)}{N_{t-1}}$$

- Questo non è altro che il vincolo di bilancio del governo
- I vincoli di bilancio degli individui pertanto sono

$$c_{1,t} + v_t m_t \leq y \qquad c_{2,t+1} \leq v_{t+1} m_t + a_{t+1}$$

:

- e definiscono la retta di bilancio:

$$c_{1,t} + \left(\frac{v_t}{v_{t+1}}\right) c_{2,t+1} \leq y + \left(\frac{v_t}{v_{t+1}}\right) a_{t+1}$$

- Domanda di moneta uguale all'offerta:

$$v_t M_t = N_t (y - c_{1,t})$$

- Consideriamo un equilibrio stazionario

$$v_t = \frac{N_t(y - c_1)}{M_t}$$

- Si ha una diminuzione costante del valore della moneta:

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{\frac{N_{t+1}(y-c_1)}{M_{t+1}}}{\frac{N_t(y-c_1)}{M_t}} = \frac{M_t}{M_{t+1}} = \frac{1}{z}$$

- e cioè il tasso lordo d'inflazione è:

$$\frac{p_{t+1}}{p_t} = \frac{\frac{1}{v_{t+1}}}{\frac{1}{v_t}}$$

- Teoria quantitativa della moneta

Il vincolo di bilancio quando c'è crescita della moneta

- Riscriviamo adesso l'insieme di bilancio come: $c_1 + zc_2 \leq y + za$
- La retta di bilancio diventa meno inclinata
- La moneta perde valore cosicchè gli individui devono rinunciare a più unità di consume quando sono giovani per poter ottenere un'unità di consumo quando sono vecchi
- Se gli individui potessero prendere a prestito potrebbero consumare da giovani usando i sussidi che ricevono quando sono vecchi
- Ma non ci sono prestatori e così non possono prendere a prestito
- Cambia anche l'intercetta

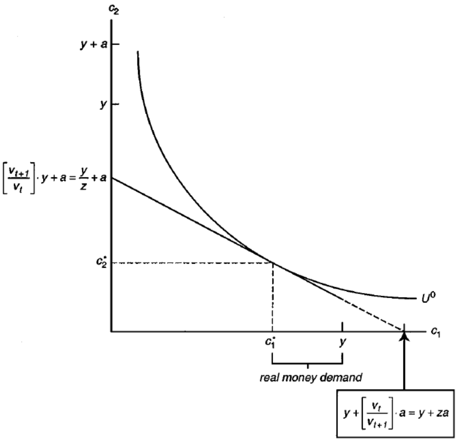

Figure 3.1. Equilibrium with growth of the money supply. The lifetime budget line is drawn for the case in which the fiat money stock is growing at the rate z and the newly printed money is introduced in the form of a lump-sum transfer to the old. Individuals will choose the consumption bundle where the budget line is tangent to the indifference curve labeled U^0. The individual's real money demand is marked in the diagram.

L'imposta da inflazione

- Il senso comune suggerisce che per fare regali (trasferimenti) agli individui, un governo che non possiede risorse, deve acquisire beni dai privati
- Quando il governo incrementa lo stock di moneta, la nuova moneta entra in competizione con la nuova per acquistare beni dei giovani e il valore della vecchia moneta diminuisce di valore
- Questa perdita di valore funziona come una tassa proporzionale alla quantità di moneta detenuta

Inefficienza dell'inflazione

- Con l'inflazione la regola aurea viene rispettata?
- L'insieme delle allocazioni possibili è lo stesso di prima
- Però adesso la retta di bilancio non coincide con quella che delimita l'insieme delle allocazioni possibili
- La regola aurea non è rispettata
- L'inflazione è inefficiente
- I trasferimenti ai vecchi riducono il benessere
- I vecchi consumano meno di quando non ricevevano trasferimenti dal governo
- L'inflazione riduce la domanda di moneta
- La gente economizza l'uso della moneta che è necessaria per effettuare transazioni

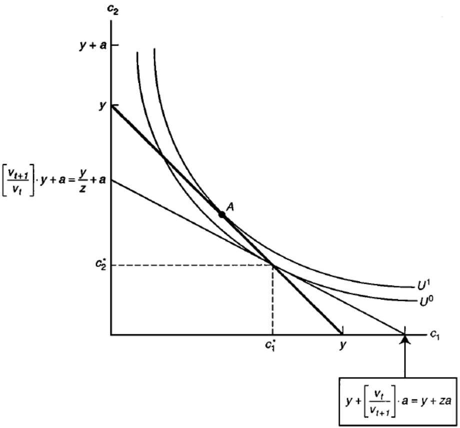

Figure 3.2. The inefficiency of inflation. By comparing the budget line (thin line) and the feasible set line (thick line), we discover that the monetary equilibrium is inefficient when there is inflation. Point *A* yields a higher level of utility for both future generations and the initial old than the monetary equilibrium (c_1^*, c_2^*). Point *A* is feasible but unattainable in the inflationary equilibrium; it lies outside the budget set. Point *A* could be attained in a monetary equilibrium by keeping the fiat money stock constant.

La politica monetaria in un'economia in crescita

- La retta di bilancio in uno stato stazionario e crescita della popolazione

$$c_1 + \left(\frac{z}{n}\right) c_2 \leq y + \left(\frac{z}{n}\right) a$$

- Insieme delle allocazioni possibili

$$c_1 + \left(\frac{1}{n}\right) c_2 \leq y$$

- La regola aurea non può essere raggiunta quando c'è crescita della moneta $(z > 1)$

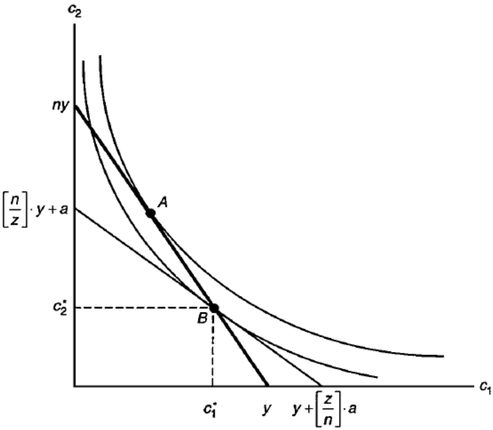

Figure 3.3. An economy with a growing population and monetary expansion. The monetary equilibrium when the fiat money stock grows at the rate of z is represented by point B in the diagram. The monetary equilibrium is inefficient because an allocation like that represented by point A is attainable and is preferred by all to the monetary equilibrium.

- Alcuni economisti hanno suggerito che se l'economia cresce, l'offerta di moneta deve crescere allo stesso tasso per mantenere i prezzi costanti
- Supponiamo che il governo decida di avere un tasso di crescita della moneta pari alla crescita della popolazione
- In questo caso la regola aurea viene rispettata?
- No
- Una retta di bilancio con pendenza -1 dice all'individuo che se consuma un'unità in meno oggi consumerà un'unità in più domani
- Ma l'economia è in crescita: se uno consuma un'unità in meno da giovane, ci saranno n unità in più da vecchi

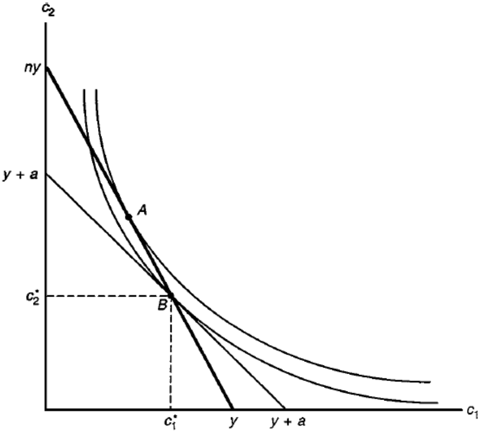

Figure 3.4. A monetary equilibrium when the government fixes the price level. When the government sets the growth rate of the money supply equal to the growth rate of the economy, the monetary equilibrium is at point B. The monetary equilibrium is inefficient because an allocation like point A is feasible and preferred by all.

Il finanziamento della spesa pubblica

- Signoraggio: il governo stampa moneta per finanziare le sue spese. Supponendo ancora $M_t = zM_{t-1}$, $z > 1$, e pertanto $M_t - M_{t-1} = \left[1 - \frac{1}{z}\right] M_t$
- Avremo allora
$$G_t = \left[1 - \frac{1}{z}\right] v_t M_t$$
- Supponiamo che gli acquisti del governo non influenzino le scelte individuali
- Il problema dell'individuo è come il caso senza sussidi: $c_{1,t} + (v_t / v_{t+1}) c_{2,t+1} = y$. Come prima, in un equilibrio stazionario $v_t = \frac{N_t(y - c_1)}{M_t}$ e, con crescita costante della popolazione
$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{\frac{N_{t+1}(y-c_1)}{M_{t+1}}}{\frac{N_t(y-c_1)}{M_t}} = \frac{M_t}{M_{t+1}} = \frac{1}{z}$$
- Vincolo di bilancio:
$$c_1 + zc_2 \leq y$$

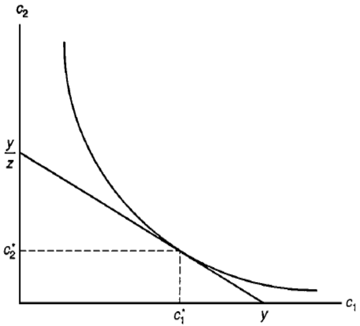

Figure 3.5. A monetary equilibrium with seigniorage revenue. The monetary equilibrium when a growing fiat money stock is used to finance government expenditures is represented by (c_1^*, c_2^*). The rate of fiat money creation z determines the slope of the budget line.

L'inflazione è una tassa efficiente?

- Adesso, quando guardiamo all'nsieme delle allocazioni possibili in stato stazionario dobbiamo includere i beni consumati dal governo

$$N_t c_1 + N_{t-1} c_2 + G_t \leq N_t y$$

- In termini pro capite:

$$c_1 + \frac{N_{t-1}}{N_t} c_2 + \frac{G_t}{N_t} \leq y = c_1 + \frac{1}{n} c_2 + g_t \leq y$$

- Senza crescita della popolazione:

$$c_1 + c_2 + g_t \leq y$$

- Come nel caso precedente, la retta di bilancio e l'insieme delle allocazioni efficienti non coincidono
- La regola aurea non è soddisfatta

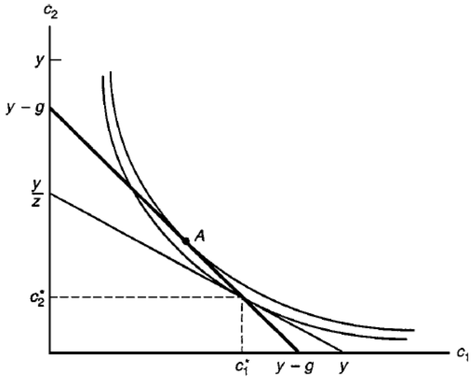

Figure 3.6. The inefficiency of an inflation tax. When a government raises seigniorage revenue to finance government purchases, the monetary equilibrium is (c_1^*, c_2^*). As we have seen before, this equilibrium is inefficient because there exist many points, such as point A, which are feasible, provide the same level of government revenue, and are preferred to (c_1^*, c_2^*).

Tassazione non distorsiva

- L'insieme di bilancio può raggiungere il punto A?
- Consideriamo una tassa in somma fissa (lump sum) imposta su tutti i vecchi $\tau = g$
- Consideriamo il caso senza crescita della popolazione
- I vincoli di bilancio dei vecchi e dei giovani sono:

$$\begin{aligned} c_{1,t} + v_t m_t &= y \qquad c_{2,t+1} + v_{t+1} m_t - \tau \\ c_{1,t} + \frac{v_t}{v_{t+1}} c_{2,t+1} &= y - \frac{v_t}{v_{t+1}} \tau \end{aligned}$$

In questo caso non c'è bisogno di aumentare lo stock di moneta. Di conseguenza:

$$c_1 + c_2 = y - g$$

- L'insieme di bilancio e l'insieme delle allocazioni possibili adesso coincidono
- La regola aurea può essere raggiunta
- La creazione di moneta è inferiore alla tassazione in somma fissa
- In realtà ogni tassa su un tipo di attività economca è inferiore alla tassazione in somma fissa perchè riduce l'incentivo ad intraprendere quell'attività
- In realtà non ci sono tasse in somma fissa (i ricchi pagano più dei poveri)
- La creazione di moneta è un'altra tassa imperfetta in un mondo imperfetto
- Il vantaggio di questa tassa è che è molto facile da imporre. Colpisce i detentori di moneta
- Dato che l'economia illegale e sommersa è ad alta intensità di contante è un modo per tassare quest'attività

I limiti del signoraggio

- Il signoraggio rappresenta una forma illimitata di entrate per il governo?
- In realtà il governo può stampare un ammontare illimitato di moneta, ma il valore di questa moneta diminuisce quanta più moneta viene stampata
- Le entrate del governo in termini di beni reali sono limitati dal valore reale dello stock di moneta

$$(M_t - M_{t-1})\, v_t = \left(1 - \frac{1}{z}\right) v_t M_t$$

- L'aliquota fiscale del signoraggio è $1 - 1/z$, la base imponibile $v_t M_t$
- Il valore dello stock di moneta è limitato: $v_t M_t = N_t\,(y - c_{1,t})$
- Inoltre la domanda di moneta diminiuisce con l'inflazione cosicchè il valore della moneta diminuisce ulteriormente

- Evidenza empirica: la quanità reale di moneta detenuta diminuisce con l'inflazione
- Si ha una sorta di "curva di Laffer monetaria"
- Le entrate del signoraggio possono aumentare quando la creazione di moneta è ridotta

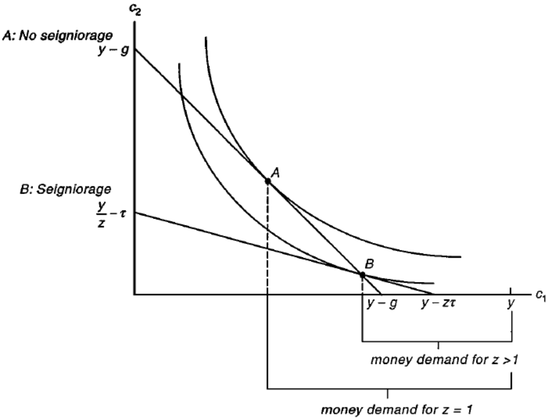

Figure 3.8. The decline in real money balances resulting from an increase in the rate of monetary expansion. Policy *B*, where the government provides for some of its purchases by printing fiat money, results in a smaller real demand for fiat money than policy *A*, where the government provides for its expenditures through a lump-sum tax. This illustrates the reduction in the seigniorage tax base from an increase in the rate of monetary growth.

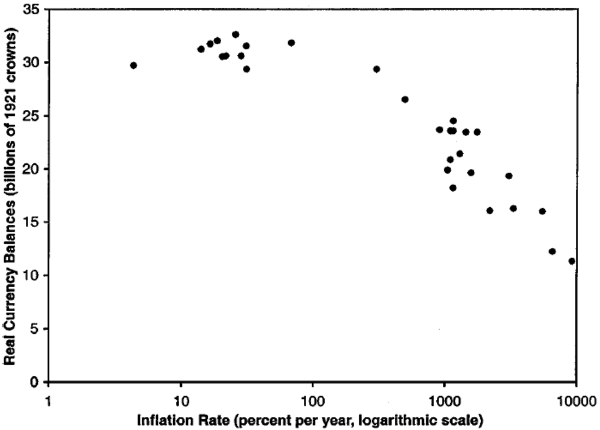

Figure 3.9. Real money balances during the Austrian hyperinflation. During this hyperinflationary episode of the 1920s, real currency balances tended to fall as the rate of inflation increased. *Source:* Authors' calculations using data from Young (1925) as published by Sargent (1986a, Tables 3.2 and 3.3, pp. 49 and 51).