


Rischio di interesse: Il modello del clumping



Prof. Ugo Pomante

Università di Roma “Tor Vergata”

Problemi dei modelli precedenti

- *Repricing gap* e *duration gap* \Rightarrow *Ipotesi* variazione uniforme dei tassi di interesse delle diverse scadenze (per il modello RG *standardized* ci sono i β e γ ma.....)
- *Clumping* (o *cash-bucketing*) \Rightarrow Semplificano la possibilità di incorporare variazioni differenti dei tassi di interesse delle diverse scadenze
- Inoltre, il clumping assicura la:
 - ⌘ Realizzazione di report sintetici per la direzione
 - ⌘ Attuazione di strategie di copertura più efficaci

Problemi da risolvere

- Per stimare l'impatto che una variazione differenziata dei tassi di interesse di diversa scadenza avrebbe sul valore di mercato del patrimonio di una banca occorre risolvere due problemi:
 - ✓ Disporre di una curva dei rendimenti che consenta di associare a ogni singolo flusso di cassa di cui è composta ogni attività e passività uno specifico tasso di interesse \Rightarrow term structure
 - ✓ disporre di un metodo che consenta di identificare un numero limitato di scadenze alle quali ricondurre i singoli flussi di cassa e per le quali poter stimare variazioni differenziate \Rightarrow mapping

La semplificazione delle posizioni

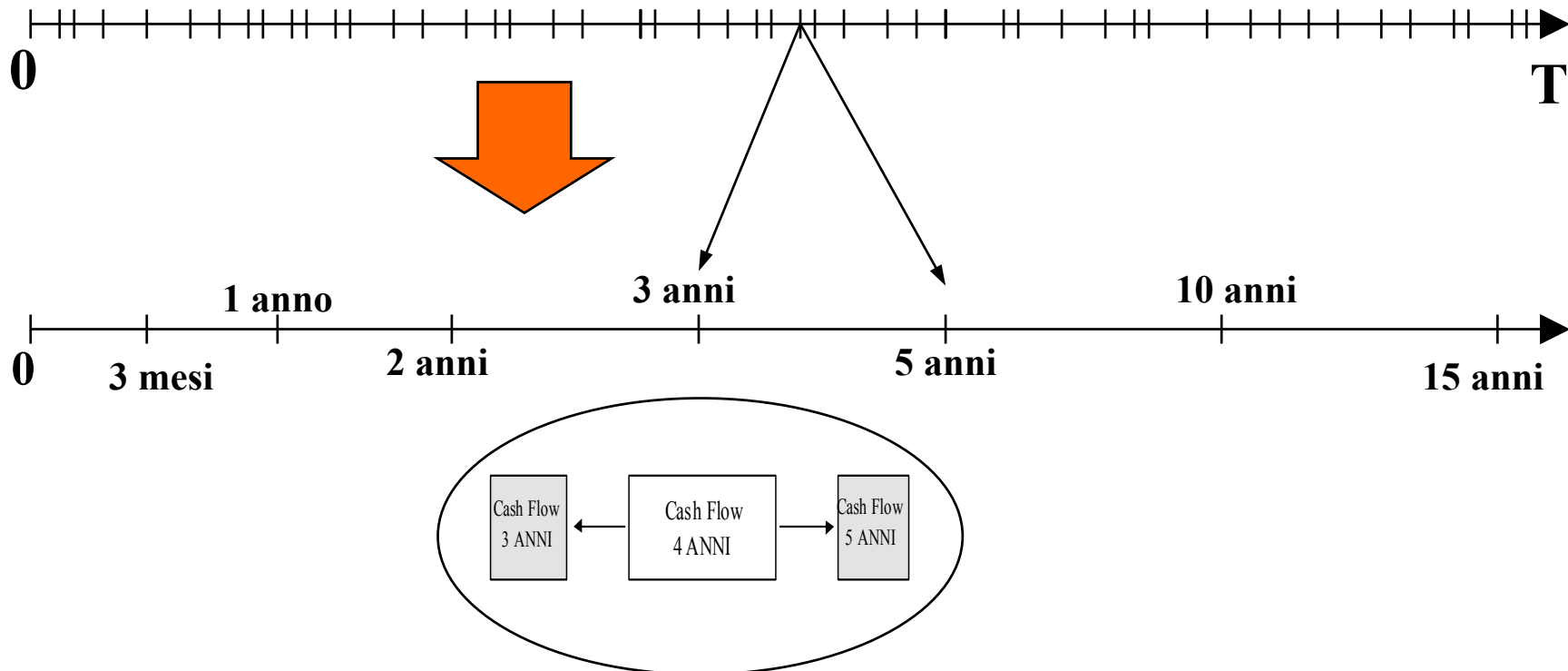
- ⌘ Una banca deve gestire un numero eccessivo di flussi
- ⌘ Obiettivo: riportare tutti i flussi reali a poche date (nodi) scelte fra le scadenze più significative

Esempio numerico n. 1

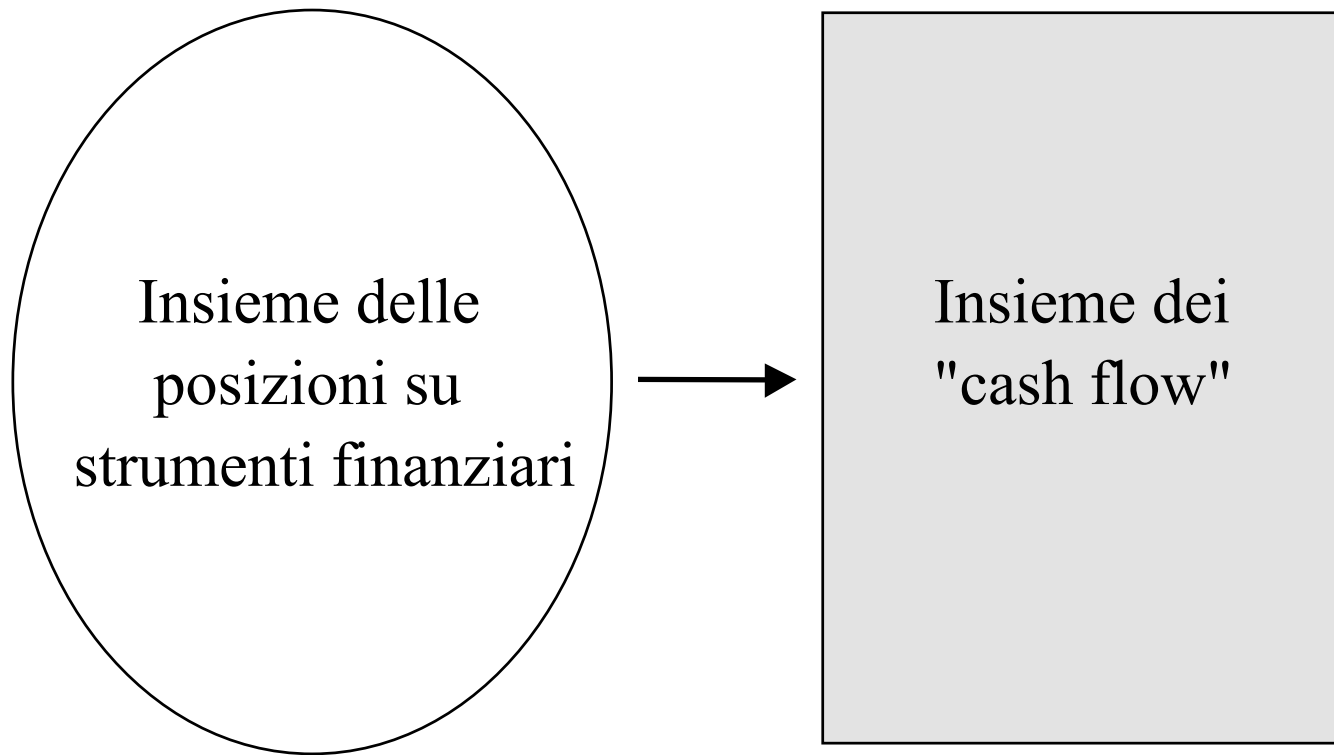
DATE	NUMERO FLUSSI	TITOLO	T.N.	PREZZO	TRES	DURATION
1.6/1.12	2	1.12.1997	9,50	102,03	5,28	0,890
1.2/1.8	5	1.02.1999	9,50	105,95	5,30	1,896
1.5/1.11	8	1.11.2000	10,50	112,73	5,47	3,307
1.4/1.10	14	1.10.2003	9,00	109,33	6,25	5,334
1.5/1.11	20	1.11.2006	7,75	102,50	6,53	6,290
TOTALE	49					

Il Metodo del *clumping*

⌘ La totalità dei *cash flow* viene ricondotta a pochi nodi temporali prefissati



I^a fase: Costruzione dello scadenziario dei flussi



II^a fase: Determinazione dei nodi

Data di analisi: 1/6/1997

<i>date</i>	<i>scadenza (mesi)</i>
1.07.1997	1
1.09.1997	3
1.12.1997	6
1.06.1998	12
1.06.1999	24
1.06.2000	36
1.06.2002	60
1.06.2004	84
1.06.2007	120

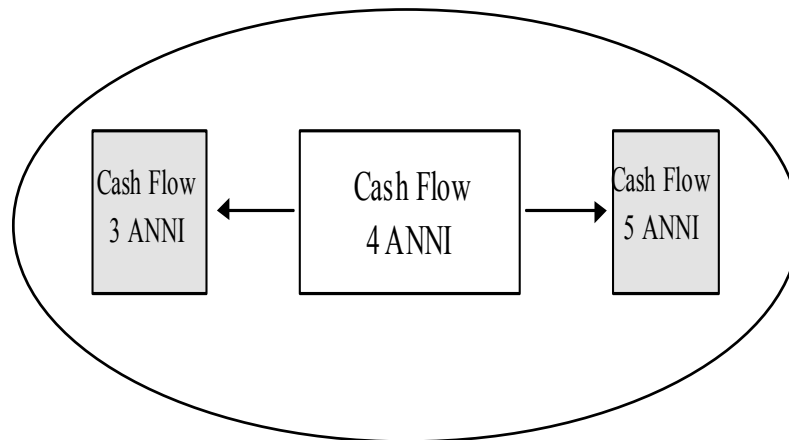
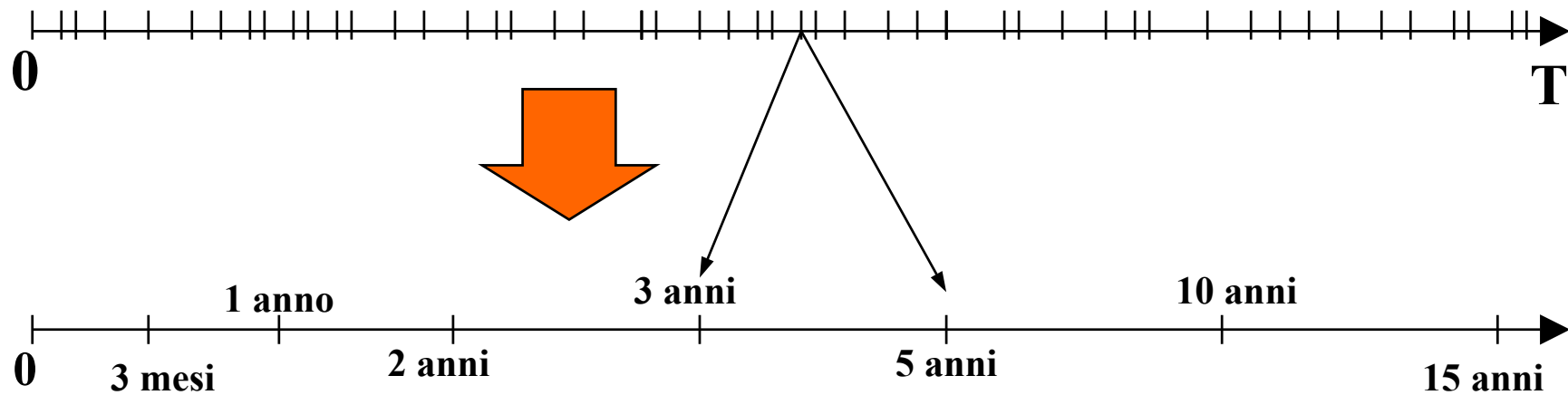
III^a fase: Determinazione dei tassi *zero coupon*

Data di analisi: 1/6/1997

<i>scadenza (mesi)</i>	<i>tassi zero-coupon</i>
1	7,00%
3	7,10%
6	7,15%
12	7,25%
24	7,45%
36	7,50%
60	7,75%
84	7,95%
120	8,05%

IV^a fase:

Imputazione dei flussi ai nodi



Ancora sulla fase di imputazione dei flussi ai nodi

La serie dei flussi “teorici” è considerata equivalente alla serie dei flussi effettivi se:

- ⌘ i flussi teorici presentano lo stesso segno dell’operazione originaria;
- ⌘ la somma (algebrica) dei valori di mercato dei flussi teorici coincide con la somma (algebrica) dei valori di mercato dei flussi effettivi;
- ⌘ l'esposizione al rischio dei flussi teorici coincide con l'esposizione al rischio dei flussi effettivi.

Come misurare il rischio di interesse

⌘ Duration

Procedimento di calcolo

(segue)

Obiettivo: trovare due flussi, di valore di mercato VM_n e VM_{n+1} , con scadenza assegnata (n e $n+1$), aventi caratteristiche equivalenti al flusso dato.

Indicato con n e $n+1$, rispettivamente, la scadenza dei flussi, deve valere la seguente condizione:

$$n < t < n+1$$

I due flussi X e Y , per essere equivalenti al flusso dato, devono rispettare le seguenti condizioni:

- *la somma dei valori di mercato, calcolati ai tassi i_n e i_{n+1} , deve essere pari al valore di mercato del flusso originario.*
- *la duration modificata media ponderata deve essere pari alla duration modificata del flusso originario.*

Impostazione del sistema di equazioni

I due flussi X e Y possono essere determinati risolvendo il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} VM_t = \frac{VN_t}{(1+r_t)^t} = VM_n + VM_{n+1} = \frac{VN_n}{(1+r_n)^n} + \frac{VN_{n+1}}{(1+r_{n+1})^{n+1}} \\ DM_t = DM_n \frac{VM_n}{VM_n + VM_{n+1}} + DM_{n+1} \frac{VM_{n+1}}{VM_n + VM_{n+1}} = DM_n \frac{VM_n}{VM_t} + DM_{n+1} \frac{VM_{n+1}}{VM_t} \end{cases}$$

- ✓ VM_t rappresenta il valore di mercato del flusso che scade in t , data compresa fra i nodi n e $n+1$;
- ✓ VN_t rappresenta il valore nominale del flusso che scade in t ;
- ✓ DM_t rappresenta la *duration* modificata del flusso che scade in t .

Le soluzioni del sistema

Risolvendo il precedente sistema si ottiene:

$$\begin{cases} VM_n = VM_t \frac{(DM_t - DM_{n+1})}{(DM_n - DM_{n+1})} \\ VM_{n+1} = VM_t \frac{(DM_n - DM_t)}{(DM_n - DM_{n+1})} \end{cases}$$

Esempio numerico n. 2 (I)

⌘ Si immagini di volere ricondurre tutti i flussi che maturano fra il terzo e il quarto anno ai due nodi estremi

Nodi	Data	Rendimento
3	(1.5.2000)	6,5
4	(1.5.2001)	6,8

Esempio numerico n. 3 (II)

⌘ Si ipotizzerà di mappare due flussi cedolari, con scadenza 3,42 e 3,92 anni

Nodo	Flusso	Rendimento	Duration modificata
3		6,5	2,819
3,42	4,5	6,62575	3,209
3,92	4,5	6,77553	3,672
4		6,8	3,748

Esempio numerico n. 3 (III)

⌘ La risoluzione del sistema noto consente di rispettare i tre vincoli del clumping:

$$\left\{ \begin{array}{l} VM_n = 3,6135 \frac{(3,209 - 3,748)}{(2,819 - 3,748)} = 2,096 \\ VM_{n+1} = 3,6135 \frac{(2,819 - 3,209)}{(2,819 - 3,748)} = 1,517 \\ \left\{ \begin{array}{l} VM_n = VM_t \frac{(DM_t - DM_{n+1})}{(DM_n - DM_{n+1})} \\ VM_{n+1} = VM_t \frac{(DM_n - DM_t)}{(DM_n - DM_{n+1})} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Esempio numerico n. 3 (IV)

⌘ Il secondo flusso, con scadenza 3,92, si vede invece mappato risolvendo il seguente sistema

$$\begin{cases} VM_n = 3,4802 \frac{(3,672 - 3,748)}{(2,819 - 3,748)} = 0,285 \\ VM_{n+1} = 3,4802 \frac{(2,819 - 3,672)}{(2,819 - 3,748)} = 3,195 \end{cases}$$

Esempio numerico n. 3 (V)

- ⌘ Si nota come il risultato del sistema abbia fornito due valori: il primo è il valore di mercato da assegnare al nodo 3 anni, mentre il secondo è il valore da assegnare al nodo 4 anni
- ⌘ Si rispettano i vincoli di segno, di valore attuale e di rischio (stessa duration)

Utilizzi del clumping

- ✓ stimare gli effetti sul valore di mercato del patrimonio della banca di variazioni differenziate dei tassi delle diverse scadenze;
- ✓ impostare politiche di gestione del rischio di interesse rivolte a sfruttare eventuali aspettative di variazione dei tassi delle diverse scadenze;
- ✓ impostare politiche di copertura rivolte a immunizzare il valore di mercato del patrimonio della banca alle variazioni dei tassi di mercato.

L'utilità di un modello quale quello appena descritto può essere colta anche pensando al fatto che i nodi della curva ai quali vengono ricondotte le posizioni effettive corrispondono generalmente alle scadenze per le quali sono disponibili strumenti di copertura quali *forward rate agreements* (FRA), *interest rate swaps* (IRS) e contratti *futures*¹. Così, ad esempio, sapendo che il portafoglio della banca può essere identificato, in termini di sensibilità a variazioni dei tassi di interesse, a un numero limitato di posizioni fittizie corrispondenti ai nodi della curva, è sufficiente operare con gli strumenti derivati menzionati per realizzare politiche di *hedging* e più generalmente di gestione del rischio di interesse.