

Economia monetaria e creditizia

Esercitazione 1 - Soluzione

Giovanni Graziano*

Marzo, 2015

Esercizio 1.

L'unica modifica da apportare al modello canonico consiste nel sottrarre il costo d al valore del possesso di moneta V_M al termine del periodo.

- a) Considerando situazioni di equilibrio simmetrico e stazionario, con V_C e V_M costanti nel tempo, e utilità ottenibili dal possesso di un bene e di moneta sono ora pari a:

$$V_C = \frac{1}{1+r} \left[(1-M)x^2U + (1-Mx\Pi)V_C + Mx\Pi(V_M - d) \right]$$
$$V_M = \frac{1}{1+r} \left[(1-M)x\Pi(U + V_C) + (1 - (1-M)x\Pi)(V_M - d) \right]$$

Combinando le due equazioni esprimiamo la differenza fra le utilità come:

$$V_C - V_M = \frac{(1-M)xU(x - \Pi) + (1 - x\Pi)d}{r + x\Pi}$$

Ora, ponendo $V_C = V_M$, notiamo che il valore di Π che rende indifferenti fra il possesso di un bene o di moneta che, chiamiamo Π^M , è:

$$\Pi^M \equiv x + \frac{(1-x^2)d}{(1-M)xU + xd} > x$$

Per rendere gli individui indifferenti alla detenzione di beni o moneta, il grado di accettabilità di quest'ultima deve essere superiore a quello dei beni di consumo: $\Pi^M > x$. Questa maggiore accettabilità serve a compensare chi possiede moneta del costo di detenzione che si deve sopportare terminando il periodo ancora con moneta. La strategia ottimale per gli agenti ed i corrispondenti equilibri, rappresentati nel grafico, sono quindi i seguenti:

- $\Pi < \Pi^M$: in questo caso $V_C > V_M$, gli agenti non accettano moneta e l'equilibrio è non monetario ($\Pi = 0$);
 - $\Pi > \Pi^M$: gli agenti accettano sempre la moneta, poichè $V_C < V_M$, e vi è un equilibrio monetario ($\Pi = 1$);
 - $\Pi = \Pi^M$: ciò comporta $V_C = V_M$ e l'indifferenza degli agenti fra detenzione di moneta e di beni. L'equilibrio corrispondente è quello monetario misto ($\Pi = \Pi^M$).
- b) In presenza di costi di detenzione della moneta, mentre l'equilibrio non monetario esiste sempre, non è detto che esistano gli altri due equilibri possibili. L'esistenza degli equilibri monetari (misto e puro) dipende dalla grandezza del costo d . Infatti, se d è molto elevato, neanche la certezza dell'accettabilità della moneta ($\Pi = 1$) può compensare gli agenti per il costo di detenzione.
- Per trovare i valori del costo d che ammettono un equilibrio monetario puro consideriamo la condizione $V_C < V_M$, imponendo $\Pi = 1$:

$$V_C < V_M \Rightarrow (1-M)xU(x-1) + (1-x)d < 0$$
$$\Rightarrow d < (1-M)xU$$

*giovannigraziano89@gmail.com

Il termine di destra dell'ultima disuguaglianza rappresenta l'utilità attesa del consumo per un agente che detiene moneta universalmente accettata negli scambi (pari all'utilità U moltiplicata per la probabilità che l'agente incontri un individuo dotato di un bene a lui gradito, $(1-M)x$). Solo se il costo di detenzione della moneta è inferiore a questo valore esiste un equilibrio monetario puro.

Esercizio 2.

- a) L'ammontare totale di beni di consumo nel periodo t è $N_t y_1 + N_{t-1} y_2$. Questa è la dotazione totale dell'economia al tempo t (giovani e vecchi). Quindi, l'insieme delle allocazioni stazionarie disponibili è

$$N_t c_1 + N_{t-1} c_2 \leq N_t y_1 + N_{t-1} y_2$$

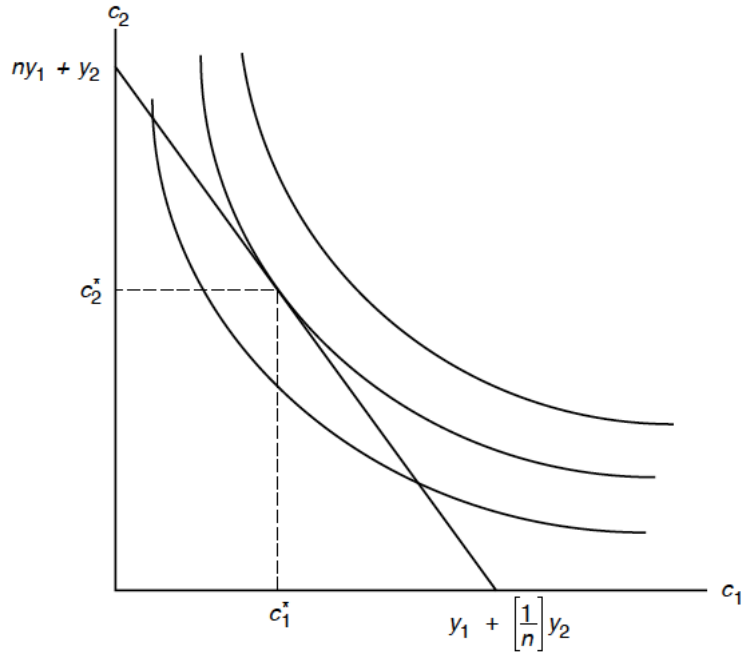
Dividendo entrambi i lati dell'equazione per N_t ,

$$c_1 + \left[\frac{N_{t-1}}{N_t} \right] c_2 \leq y_1 + \left[\frac{N_{t-1}}{N_t} \right] y_2$$

Sapendo che $N_t = n N_{t-1}$, l'insieme delle allocazioni disponibili è

$$c_1 + \left[\frac{1}{n} \right] c_2 \leq y_1 + \left[\frac{1}{n} \right] y_2$$

- b) L'allocazione che massimizza l'utilità delle generazioni future è data da (c_1^*, c_2^*) nella figura



- c) I vincoli degli individui sono

$$c_{1,t} + v_t m_t \leq y_1 \quad \text{and} \quad c_{2,t+1} \leq v_{t+1} m_t + y_2$$

Per il vincolo del primo periodo, la domanda reale di moneta individuale è $(y_1 - c_{1,t})$. Quindi, la domanda reale di moneta aggregata è $N_t(y_1 - c_{1,t})$. Imponendo l'uguaglianza con l'offerta reale di moneta totale,

$$v_t M_t = N_t(y_1 - c_{1,t})$$

- d) Dall'equazione precedente,

$$v_t = \frac{N_t(y_1 - c_{1,t})}{M_t} \quad \text{and} \quad v_{t+1} = \frac{N_{t+1}(y_1 - c_{1,t+1})}{M_{t+1}}$$

cosicché il tasso di rendimento della moneta è

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{\frac{N_{t+1}(y_1 - c_{1,t+1})}{M_{t+1}}}{\frac{N_t(y_1 - c_{1,t})}{M_t}} = n$$

a causa della stazionarietà e di un'offerta di moneta costante.

- e) Per disegnare il vincolo di bilancio individuale, dobbiamo costruire il lifetime budget constraint. Usiamo i vincoli trovati nel punto c). Imponiamo stazionarietà. Dal vincolo del secondo periodo,

$$m_t = \frac{c_2 - y_2}{v_{t+1}}$$

Sostituendo nel vincolo di bilancio del primo periodo,

$$\begin{aligned} c_1 + \left[\frac{v_t}{v_{t+1}} \right] (c_2 - y_2) &\leq y_1 \\ c_1 + \left[\frac{v_t}{v_{t+1}} \right] c_2 &\leq y_1 + \left[\frac{v_t}{v_{t+1}} \right] y_2 \\ c_1 + \left[\frac{1}{n} \right] c_2 &\leq y_1 + \left[\frac{1}{n} \right] y_2 \quad \text{dal punto d)} \end{aligned}$$

Il vincolo di bilancio individuale è uguale all'insieme disponibile (il vincolo del central planner). Questo implica che gli individui nell'equilibrio monetario sceglieranno la stessa combinazione (c_1^*, c_2^*) di quella che massimizza l'utilità di tutte le generazioni future. Qui l'equilibrio monetario può raggiungere l'allocatione di Golden Rule.

Esercizio 3.

- a) La parte difficile di questo problema è capire che il rendimento totale delle tasse in t sarà $N_t \tau$, e che quando questo viene distribuito tra i vecchi (N_{t-1}), i trasferimenti pro capite dei vecchi saranno $N_t \tau / N_{t-1} = n \tau$.

Vincolo di bilancio di primo periodo: $c_{1,t} + v_t m_t \leq y - \tau$

Vincolo di bilancio di secondo periodo: $c_{2,t+1} \leq v_{t+1} m_t + n \tau$

Risolvendo per m_t il vincolo di secondo periodo e sostituendo nel vincolo di primo periodo, otteniamo il lifetime budget constraint:

$$c_{1,t} + \left[\frac{v_t}{v_{t+1}} \right] c_{2,t+1} \leq y - \tau + \left[\frac{v_t}{v_{t+1}} \right] n \tau$$

- b) Una domanda individuale di moneta nel periodo t è $v_t m_t = y - \tau - c_{1,t}$ cosicché la domanda totale di moneta nel periodo t è $N_t(y - \tau - c_{1,t})$. Usando la market-clearing condition per il mercato della moneta $[v_t M_t = N_t(y - \tau - c_{1,t})]$, si può facilmente vedere che il tasso di rendimento della moneta in un equilibrio monetario stazionario sarà:

$$\frac{v_{t+1}}{v_t} = \frac{\frac{N_{t+1}(y - \tau - c_1)}{M_{t+1}}}{\frac{N_t(y - \tau - c_1)}{M_t}} = \frac{N_{t+1}}{N_t} = \frac{n N_t}{N_t} = n$$

Se sostituiamo nel lifetime budget constraint,

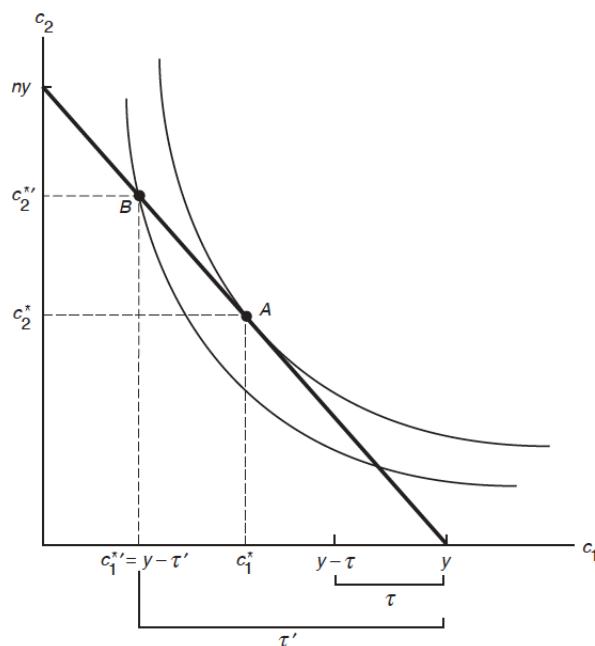
$$c_1 + \left[\frac{1}{n} \right] c_2 \leq y - \tau + \left[\frac{1}{n} \right] n \tau \Rightarrow c_1 + \left[\frac{1}{n} \right] c_2 \leq y$$

- c) Per discutere l'efficienza dell'equilibrio monetario dobbiamo derivare il set disponibile con allocatione stazionaria:

$$N_t c_1 + N_{t-2} c_2 \leq N_t y \Rightarrow c_1 + \left[\frac{1}{n} \right] c_2 \leq y$$

Questa equazione è identica a quella del lifetime budget set. Questo vuol dire che l'allocatione di Golden Rule è raggiungibile nell'equilibrio monetario. L'equilibrio monetario massimizza il benessere delle generazioni future. Da notare che lo stock di moneta è fisso in questo equilibrio monetario.

- d) I trasferimenti e le tasse non appaiono nel lifetime budget set, quindi questo è identico a quello dove tasse e trasferimenti sono abbandonati. La policy fiscale non ha alcun effetto sul benessere. Comunque, un'eccezione a questa conclusione ci sarebbe se la tassa fosse sufficientemente alta.
- e) Se le tasse fossero sufficientemente alte, gli individui non sceglierebbero la coppia (c_1^*, c_2^*) . La figura spiega meglio. Per bassi valori di τ , un individuo può scegliere liberamente l'ottimo (c_1^*, c_2^*) , il punto A. Mentre per valori elevati di τ (τ') l'individuo non può raggiungere l'ottimo scelto, dovendo scegliere un valore di c_1 più basso corrispondente al punto B. Essendo questo punto su una curva di indifferenza più bassa, le tasse incidono negativamente sul benessere individuale. Nel punto B il bilancio monetario reale è zero, e tutto il consumo del secondo periodo sarà finanziato con i trasferimenti del governo.



- f) In questo caso il lifetime budget constraint sarà:

$$c_{1,t} + \left[\frac{v_t}{v_{t+1}} \right] c_{2,t+1} \leq y - \tau + \left[\frac{v_t}{v_{t+1}} \right] \frac{n\tau}{2}$$

o, nel caso di equilibrio monetario stazionario

$$c_1 + \left[\frac{1}{n} \right] c_2 \leq y - \tau + \left[\frac{1}{n} \right] \frac{n\tau}{2} = y - \frac{\tau}{2}$$

In questo caso, il budget set si troverà all'interno dell'insieme fattibile. L'equilibrio monetario non può raggiungere l'allocazione di Golden Rule. Il sistema di tasse/trasferimenti (dato la sua inefficienza) avrà un impatto negativo sul benessere, è meglio eliminare il sistema di tasse/trasferimenti. Gli individui possono provvedere per il proprio consumo di secondo periodo attraverso le scorte monetarie.