

# Esercitazione I: OLG

Chiara Perricone

## Esercizio 1

Considerate un modello OLG in cui i consumatori vivono per 2 periodi. Il numero degli individui nato in ciascuna generazione aumenta ogni periodo, tale che  $N_t = nN_{t-1}$ , dove  $n = 1.2$ .

Gli individui sono dotati di  $y = 60$  unità di un bene deperibile quando sono giovani, ma ne sono sprovvisti quando sono anziani.

Ciascun membro della generazione nata nel periodo  $t \geq 1$  ha la seguente funzione di utilità:

$$u(c_{1,t}, c_{2,t+1}) = \log c_{1,t} + \beta \log c_{2,t+1},$$

dove  $\beta = 0.5$ .

Mentre la generazione di anziani iniziali, che vive per un solo periodo, ha come funzione di utilità:

$$u(c_{0,1}) = \log c_{0,1}.$$

Il governo incrementa l'offerta di moneta di un fattore  $z$ , tale che  $M_t = zM_{t-1}$ , dove  $z = 1.5$ .

La moneta creata viene utilizzata per finanziare un sussidio lump-sum di beni a ciascuna persona anziana.

- (a) Risolvere per l'allocazione Pareto efficiente stazionaria.
- (b) Scrivere il vincolo di bilancio per il governo.
- (c) Definire un equilibrio competitivo con moneta per questa economia.
- (d) Risolvere per il tasso di rendimento della moneta e per il tasso di crescita del livello dei prezzi in equilibrio competitivo stazionario.
- (e) Trovare l'allocazione per il consumo  $(c_1^*, c_2^*)$  e il sussidio lump-sum  $a^*$  in equilibrio competitivo stazionario.
- (f) Verificare che gli agenti preferiscono l'allocazione Pareto efficiente rispetto a quella derivante dall'equilibrio competitivo con inflazione.
- (g) Illustrate graficamente l'equilibrio Pareto efficiente e l'allocazione derivante dall'equilibrio competitivo stazionario.

## Esercizio 2

Considerate un modello OLG in cui i consumatori vivono per 2 periodi. Gli individui sono dotati di  $y$  unità di un bene deperibile quando sono giovani, ma ne sono sprovvisti quando sono anziani.

Il governo mantiene costante lo stock di fiat money, cioè  $M_t = zM_{t-1}$ , dove  $z = 1$ . Mentre la popolazione cresce ad un generico tasso  $n > 1$ .

In ciascun periodo il governo impone a ogni individuo giovane una tassa lump-sum di  $\tau$  unità di bene di consumo.

La quantità totale raccolta tramite la tassazione viene poi equamente distribuita alla popolazione anziana presente in quel periodo.

Assumiamo che il sussidio dato agli anziani tramite la tassazione sia inferiore rispetto alla quantità di bene che gli individui anziani vogliono consumare, cosicché ci sia ancora un motivo per detenere moneta.

- (a) Scrivere il budget constraint per gli individui nati al tempo  $t$  per i due periodi e conseguentemente il life-time budget constraint.
- (b) Derivate il tasso di rendimento della moneta per un equilibrio competitivo stazionario con moneta.
- (c) Tale equilibrio monetario stazionario è una allocazione Pareto efficiente?

- (d) Questa politica del governo ha un effetto sul welfare dei consumatori?
- (e) La risposta alla domanda (d) cambia se si assume che il sussidio agli anziani sia superiore rispetto alla quantità di bene che essi vogliono consumare?
- (f) Assumere che collezionare la tassa sia costoso: per ogni unità di consumo raccolta dai giovani, solo 0.5 è disponibile agli anziani. Come cambia la risposta alla domanda (d)?