

Esame Tipo Clese Economia della Crescita e dello Sviluppo.

Rispondere alle seguenti sei domande. Ogni risposta ha lo stesso peso nella valutazione ( 5 punti).

1) Abbia  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  derivate continue in  $x \in \mathbb{R}$  and  $y \in \mathbb{R}$ ,  $g_x$  e  $g_y$ , e sia omogenea di grado  $m$  in  $x$  e  $y$ . Provare che  $g_x(x, y)$  e  $g_y(x, y)$  sono omogenee di grado  $m - 1$  in  $x$  e  $y$ .

2) Qual'è il costo sociale d'uso di una idea, una volta inventata? Mostrare come la non rivalità del sapere, se la funzione di produzione è omogenea di primo grado nei fattori rivali, porti a rendimenti di scala crescenti.

3) Si consideri il problema di massimizzare la funzione di utilità dei genitori:  $U = (N^\rho + C^\rho)^{1/\rho}$ , dove  $N$  è il numero di figli e  $C$  il consumo, dato il vincolo di bilancio  $C = W(1 - zN)$ , dove  $W$  è il salario orario e  $z$  il tempo necessario all'allevamento di un figlio.

3a) dimostrare che  $-1 < \rho$  è una ipotesi necessaria per la concavità di  $U$ .

3b) Esprimere il valore ottimo di  $N$  in funzione di  $W$ .

4) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$da(t)/dt = x(t)a(t) - \log(t)$$

dove  $a(0) = a_0$ .

5) Data la meta- funzione di produzione  $\dot{A} = BA^\phi (s_r L)^\lambda$ , dove  $A$ : livello della tecnologia,  $L$  forza lavoro,  $B > 0$ ,

$0 > \phi > -1$ ,  $0 > \lambda > 1$  mostrare che ci sarà crescita esponenziale solo se la forza lavoro cresce a un tasso costante.