

ESAME
24 Febbraio 2014
COMPITO A

Cognome

Nome

Numero di matricola

- 1) **Approssimare tutti i calcoli alla quarta cifra decimale.**
- 2) **Ai fini della valutazione si terrà conto solo ed esclusivamente di quanto riportato negli appositi spazi.**
- 3) **Al termine della prova, è OBBLIGATORIO consegnare il presente foglio ed il foglio di brutta (DI CUI NON SI TERRÀ CONTO AI FINI DELLA VALUTAZIONE).**

1. Nella tabella a seguito proposta per 5 aziende sono riportati i dati relativi al numero di impiegati (X) (in centinaia) e percentuali del fatturato annuo derivanti da esportazioni (Y). Un economista esaminando tali dati ritiene che possa essere individuata una relazione di tipo lineare, che spieghi l'andamento del fatturato delle esportazioni in base alla dimensione aziendale (numero degli impiegati). In particolare lo studioso ritiene che la relazione sia diretta, ossia un numero crescente di dipendenti comporta una maggiore percentuale del fatturato derivante da esportazioni.

Azienda	Num. impiegati (centinaia) (X)	Percentuale fatturato (Y)
1	9	15
2	6	12
3	4	6
4	6	9
5	10	16

a) calcolare i parametri della retta di regressione della percentuale di fatturato (Y) sul numero di impiegati (X).

b) rappresentare graficamente la nuvola di punti e la retta di regressione.

c) calcolare un opportuno indice di bontà di adattamento del modello ai dati e commentare il risultato.

--

d) sulla base dei risultati ottenuti al punto precedente dire se l'economista ha ragione.

--

e) secondo il modello, qual è il fatturato atteso per una azienda di 700 impiegati?

--

2. Supponiamo che l'affitto mensile di un bilocale nella zona di San Lorenzo sia descritto da una variabile aleatoria X , con distribuzione $N(\mu, \sigma^2)$. In un'indagine su un campione casuale di 10 bilocali, si sono osservati i seguenti risultati:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 8000 \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 6404500$$

a) Proporre due stimatori corretti per stimare μ , l'affitto medio mensile e σ^2 , la varianza dell'affitto di un bilocale a San Lorenzo e calcolare le stime.

Stima μ	Stima σ^2

b) calcolare l'intervallo di confidenza al 95% per l'affitto medio di un bilocale,

c) verificare l'ipotesi, ad un livello di significatività $\alpha=0.01$, l'ipotesi nulla $H_0: \mu = 900$ contro l'ipotesi alternativa $H_1: \mu \neq 900$.

Intervallo di confidenza

--

Verifica di ipotesi

--

d) Sulla base dei dati osservati, accettereste rifiutereste l'ipotesi nulla, a livello $\alpha=0.05$? Valutare la probabilità di commettere un errore del primo tipo relativo al test proposto.

Decisione

3. Vengono intervistati 36 romani, a cui viene chiesto il numero di vani presente nella propria abitazione. Le 36 risposte ottenute sono le seguenti:

1 3 4 2 2 4 5 5 1 1 2 3 4 3 2 6 6 1
2 2 3 2 1 3 4 2 3 3 3 5 6 4 2 2 4 2

a) Fornire le frequenze relative e le frequenze cumulate relative al carattere numero di vani nella propria abitazione.

Frequenze relative

Frequenze cumulate

b) Fornire un rappresentazione grafica della distribuzione di frequenza trovata

c) Determinare media, moda, mediana e varianza delle risposte.

Media

Mediana

Moda

Varianza

4. Data una popolazione con media μ e varianza σ^2 e un campione casuale semplice di quattro variabili, considerare il seguente stimatore per μ

$$T_1 = \frac{1}{3}X_1 - \frac{2}{3}X_2 - X_3 + \frac{5}{3}X_4.$$

- a) Indicare se T è uno stimatore corretto per μ
b) Calcolare l'errore quadratico medio di T

a)

a) EQM

5. Enunciare il teorema di Gauss Markov

2. Si consideri la seguente variabile aleatoria discreta con distribuzione di probabilità

X	-1	0	1
p(x)	$\frac{\theta}{4}$	$\frac{\theta}{3}$	$\frac{\theta}{12}$

- a) Trovare il valore di θ tale che la tabella precedente rappresenti una distribuzione di probabilità
b) Calcolare valore atteso di X
c) Calcolare varianza di X

a)

b)

c)

