

**ESAME**  
**14 Gennaio 2014**  
**COMPITO B**

*Cognome*

*Nome*

*Numero di matricola*

- 1) **Approssimare tutti i calcoli alla quarta cifra decimale.**
- 2) **Ai fini della valutazione si terrà conto solo ed esclusivamente di quanto riportato negli appositi spazi.**
- 3) **Al termine della prova, è OBBLIGATORIO consegnare il presente foglio ed il foglio di brutta (DI CUI NON SI TERRÀ CONTO AI FINI DELLA VALUTAZIONE).**

1 Con riferimento alla seguente distribuzione doppia relativa ad un collettivo di aziende:

Fatturato (100000 euro)	Superficie stabilimento (100 mq)
6	11
9	12
10	14
5	8
4	5

a) Calcolare i parametri della retta di regressione del fatturato Y sulla superficie X e spiegarne il significato **(2 punti)**

Fatturato	Superficie stabilimento			
Y	X	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
6	11	121	36	66
9	12	144	81	108
10	14	196	100	140
5	8	64	25	40
4	5	25	16	20
34	50	550	258	374
6,8	10	110	51,6	74,8

$$\beta_1 = \frac{\text{Cov}(X,Y)}{\text{Var}(X)} = \frac{74,8 - 6,8 \times 10}{110 - 10^2} = \frac{6,8}{10} = 0,68$$

$$\beta_0 = 6,8 - 0,68 \times 10 = 0$$

b) Si calcoli il coefficiente di determinazione,  $R^2$ . **(2 punti)**

$$R^2 = \frac{\text{Cov}(X,Y)^2}{\text{Var}(X)\text{Var}(Y)} = \frac{6,8^2}{10 \times 5,36} = 0,8627$$

**2** La probabilità che uno studente si laurei in corso è pari al 70%. Viene selezionato casualmente uno studente che si è già laureato. Se indichiamo con X la variabile che assume il valore 1 se lo studente si è laureato in corso, e 0 altrimenti, che distribuzione ha tale variabile casuale? **(1 punti)**

Vengono estratti casualmente 6 studenti. Qual è la probabilità che al massimo 5 di questi studenti si siano laureati in corso? **(2 punti)**

$$P(X=6)=0.7^6=0.1176$$

$$\text{Probabilità al massimo 5 si laureano}=1-0.1176=0.8824$$

**3** Ad un collettivo di consumatori viene chiesto di esprimere un giudizio sul gusto di una nuova bibita. I risultati sono riportati nella tabella seguente:

Giudizio	$n_i$
Molto spiacevole	150
Spiacevole	300
Non spiacevole	420
Piacevole	80
Molto piacevole	50

a) Si determini moda, media e mediana per tale carattere (motivare l'eventuale impossibilità) **(2 punti)**

Moda	Media	Mediana
Non spiacevole		Non spiacevole

b) Determinare la frequenza relativa dei consumatori che ritengono che la bibita sia almeno "non spiacevole" **(1 punti)**

550

**4** Il numero di chilometri X che un'utilitaria riesce a percorrere con un litro di benzina si distribuisce secondo una Normale con valore medio pari a 15 e scarto quadratico medio pari a 4. Calcolare la probabilità che l'utilitaria percorra più di 20 chilometri con un litro di carburante. **(2 punti)**

$$P(X > 20) = P\left(\frac{X - 15}{4} \geq \frac{20 - 15}{4}\right) = P(Z \geq 1.25) = 0.1056$$

**5** Siano  $X_1, X_2, \dots, X_n$  variabili aleatorie indipendenti estratte da una popolazione con  $E(X) = \mu$  e  $V(X) = \sigma^2$ . Dimostrare che il seguente stimatore  $T$  è uno stimatore corretto e consistente della media della popolazione. **(1+2 punti)**  $T = \frac{1}{n} \sum X_i$

Correttezza	Consistenza

**6** Sulla base di  $n = 16$  misurazioni, risulta che il diametro medio dell'asteroide 2013 XY8 è pari a 41,21 metri, con scarto quadratico medio pari a  $s_C = 2,2$ . Costruire l'intervallo di confidenza per il diametro dell'asteroide ad un livello di confidenza del 99%. **(2 punti)**

$$\left( \bar{x}_n - t_{1-\alpha/2, n-1} \frac{s_C}{\sqrt{n}}; \bar{x}_n + t_{1-\alpha/2, n-1} \frac{s_C}{\sqrt{n}} \right)$$

$$t_{1-\alpha/2, n-1} = 2.947$$

$$\left( 41.21 - 2.947 \times \frac{2.2}{\sqrt{16}}; 41.21 + 2.947 \times \frac{2.2}{\sqrt{16}} \right)$$

$$95\% CI = [39.5892; 42.8309]$$

**7** Un'impresa che produce filo metallico dichiara che il punto di rottura ( $X$ ) si distribuisce come una Normale con media 140 kg e varianza pari a 36 kg<sup>2</sup>. Un cliente analizza un campione di  $n = 25$  matasse ottenendo un punto di rottura medio pari a 143,1. Assumendo un livello di significatività dell'5%, si può concludere che il punto di rottura sia diverso da quello dichiarato?

Verificare l'ipotesi nulla  $H_0: \mu = 140$  versus un'ipotesi alternativa  $H_1: \mu \neq 140$  **(2 +1 punti)**

$$R = \left\{ \left| \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right| \geq z_{1-\alpha/2} \right\}$$

$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{143.1 - 140}{\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}} = 2.58$$

$$z_{1-\alpha/2} = 1.96$$

Rifiuto l'ipotesi nulla

**8** Sia  $X$  una variabile uniforme tra 0 e 20. Determinare il valore della funzione di densità e di ripartizione nel punto  $x=12$ . **(2 punti)**

Funzione di densità	Funzione di ripartizione $P(X \leq 4)$
1/20	12/20

**9** Si completi la seguente tabella utilizzando le frequenze marginali e l'assunto che i due caratteri  $X$  ed  $Y$  siano indipendenti.

<b>X</b>	<b>Y</b>			<b>Totale</b>
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	
<b>0</b>	6	3	6	<b>15</b>
<b>1</b>	2	1	2	<b>5</b>
<b>2</b>	12	6	12	<b>30</b>
<b>Totale</b>	<b>20</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>50</b>

Si calcolino le medie di  $Y$  condizionatamente ai diversi valori di  $X$ . **(6 punti)**

<b>Medie condizionate</b>	<b>Varianze condizionate</b>
1.3	0.81

**10** Si individuino tutti gli indici di sintesi che è possibile calcolare per i seguenti caratteri, che sono riferiti ad un particolare tipo di elettrodomestico **(2 punti)**

	Moda	Mediana	Media aritmetica
NUMERO SMS RICEVUTI ALL'ORA	X	X	X
TITOLO DI STUDIO	X	X	
CONSUMO ANNUO DI GAS	X	X	X
CANALE TV PREFERITO	X		