

**ESAME**  
**8 Giugno 2017**

**COMPITO A**

**Cognome**

**Nome**

**Numero di matricola**

- 1) *Approssimare tutti i calcoli alla quarta cifra decimale.*
- 2) *Ai fini della valutazione si terrà conto solo ed esclusivamente di quanto riportato negli appositi spazi.*
- 3) *Al termine della prova, è OBBLIGATORIO consegnare il presente foglio ed il foglio di brutta (DI CUI NON SI TERRÀ CONTO AI FINI DELLA VALUTAZIONE).*

**1.** Un ascensore ha una portata massima di 1200 Kg e una capacità massima di 12 persone. Se i pesi di tutte le persone che usano l'ascensore sono distribuiti normalmente con una media 85 Kg e deviazione standard di 22 Kg, qual è la probabilità che un gruppo di 12 persone ecceda il limite di portata dell'ascensore? **(2 punti)**

$$\sum_{i=1}^{12} X_i \approx N(n\mu, n\sigma^2)$$

$$\sum_{i=1}^{12} X_i \approx N(1020, (\sqrt{12} \times 22)^2) \quad P\left(\sum_{i=1}^{12} X_i > 1200\right) = P(Z > 2.3619) = 0.091$$

**2.** In una scuola ci sono 80 alunne e 120 alunni. I  $\frac{2}{5}$  delle alunne e  $\frac{1}{2}$  degli alunni portano gli occhiali. Si sceglie uno studente in modo casuale fra tutti gli alunni della scuola.

a) Qual è la probabilità che il primo studente scelto porti gli occhiali? **(1 punto)**

b) Qual è la probabilità che il primo studente scelto sia un'alunna, sapendo che porta gli occhiali? **(1 punto)**

a)

$$P(\text{occhiali}) = P(\text{occhiali}|F)P(F) + P(\text{occhiali}|M)P(M) = \frac{1}{2} \times \frac{120}{200} + \frac{2}{5} \times \frac{80}{200} = 0.46$$

b)

$$P(F | \text{occhiali}) = \frac{P(\text{occhiali} | F)P(F)}{p(\text{occhiali})} = \frac{0,16}{0.46} = 0,3478$$

--

3. Si indichi se le seguenti affermazioni sono Vere o False (2 punti)

Affermazione	Vero / Falsa?
Se due variabili casuali X e Y hanno coefficiente di correlazione uguale a 0.5, il coefficiente di correlazione di $W=2X-4$ e $Z=2-Y$ è anch'esso uguale a 0.5	F
Siano A e B due eventi incompatibili, allora l'evento $A \cup B = \Omega$	F

4. Definizione di Errore Quadratico Medio (1 punto)

--

5 Le funi prodotte da un certo macchinario hanno una resistenza media alla rottura pari a  $\mu = 1800N$  con una variabilità (scarto quadratico medio)  $\sigma = 100N$ . In seguito ad una modifica nel processo produttivo, si ritiene che la resistenza alla rottura delle funi prodotte sia migliorata. Per verificare tale miglioramento è stato analizzato un campione di  $n = 50$  funi di nuova produzione. La resistenza nuova osservata è stata  $\bar{x} = 1850N$ .

a) Verificare ad un livello di significatività del  $\alpha = 0.01$  che ci sia un effettivo miglioramento nella resistenza delle funi. (Supponiamo la resistenza si distribuisca come una Gaussiana) (2 punti)

$P(\bar{X} > \mu_0 + z_{.99} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ $P(\bar{X} > 1800 + 2.32 \times \frac{100}{\sqrt{50}}) = P(\bar{X} > 1800 + 2.32 \times \frac{100}{\sqrt{50}}) = 1912,81$ $P(\bar{X} > 1850) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{1850 - 1800}{\frac{100}{\sqrt{50}}}\right) = P(Z > 3.54) < 0.01$ <p>Rifiuto ipotesi nulla c'è stato miglioramento</p>
---

b) Calcolare l'intervallo di confidenza per la  $\mu$ , resistenza media alla rottura del macchinario, avendo fissato il livello di confidenza  $1-\alpha=0.95$  (1 punto)

1850±1.96×14.1421 1850±27.7186 1822.2814;1877.7186
--

--

c) Quali conclusioni si possono trarre? (1 punti)

--

6. La seguente tabella riporta, per un campione di 6 studenti, il voto negli esami di Matematica, Microeconomia e Statistica.

Matematica	24	25	18	30	27	26
Microeconomia	27	28	28	30	30	25
Statistica	25	25	20	29	30	27

a) Per meglio poter prevedere il voto all'esame di Statistica è meglio utilizzare il voto all'esame di Matematica o Microeconomia? Definire e calcolare l'indice utilizzato (1+2+1 punti)

matematica	microeconomia	statistica	mat^2	micro^3	stat^2	mat*stat	micro*stat
24	27	25	576	729	625	600	675
25	28	25	625	784	625	625	700
18	28	20	324	784	400	360	560
30	30	29	900	900	841	870	870
27	30	30	729	900	900	810	900
26	25	27	676	625	729	702	675
<b>150</b>	<b>168</b>	<b>156</b>	<b>3830</b>	<b>4722</b>	<b>4120</b>	<b>3967</b>	<b>4380</b>
25	28	26	638,3333	787	686,6667	661,1667	730
			13,33333	3	10,66667		
			cov	11,16667	2		
			cor	0,936353	0,353553		
Matematica							

--

7 L'ufficio marketing di una grande azienda sostiene che il 24% delle famiglie acquista un determinato prodotto per la pulizia della casa. Si decide di effettuare un'indagine campionaria su n = 200 famiglie da cui risulta che 45 famiglie acquistano quel prodotto.

a) Proporre uno stimatore corretto per  $\pi$ , la proporzione delle famiglie che acquistano il prodotto in esame, e proporre una stima. (1 punti)

STIMATORE	STIMA
Proporzione campionaria	0,225

b) Si verifichi l'ipotesi  $H_0 : \pi = 0.24$  contro l'alternativa  $H_1 : \pi \neq 0.24$  al livello  $\alpha = 0.01$ . (2 punti)

$(0,225-0,24)/\sqrt{0,24*(1-0,24)/200}=-0.7947$
---

c) Quali conclusioni si possono trarre? (1 punti)

--

8. Consideriamo il numero di telespettatori serali di sei emittenti televisive. I dati sono i seguenti:

Emittente	Numero spettatori (in milioni)
Rai 1	4.2
Rai 2	1.5
Rai 3	1.2
Rai 4	0.5
Rai 5	0.4
Rai Sport	0.2

a) Riferendosi alla tabella precedente indicare: unità statistica, carattere, modalità (2 punti)

Unità statistica	Carattere	Modalità
emittente	Numero di spettatori	4.2,1.5.....

b) Calcolare un opportuno indice di posizione e un opportuno indice di variabilità per il carattere numero di spettatori (2 punti)

Indice di posizione	Indice di variabilità
---------------------	-----------------------

Modalità A

1.33

1.85222

c) Calcolare il rapporto di concentrazione del numero di spettatori (2 punti)

	x	x <sup>2</sup>	x	f <sub>i</sub>	A <sub>i</sub>	F <sub>i</sub>	Q <sub>i</sub>	F <sub>i</sub> -Q <sub>i</sub>
			0,2	0,166667	0,025	0,166667	0,025	0,141667
	x	x <sup>2</sup>	0,4	0,166667	0,05	0,333333	0,075	0,258333
	4,2	17,64	0,5	0,166667	0,0625	0,5	0,1375	0,3625
	1,5	2,25	1,2	0,166667	0,15	0,666667	0,2875	0,379167
	1,2	1,44	1,5	0,166667	0,1875	0,833333	0,475	0,358333
	0,5	0,25	4,2	0,166667	0,525	1	1	0
	0,4	0,16						
	0,2	0,04						<b>0,358333</b>
somma	8	<b>21,78</b>						
	<b>1,333333</b>	<b>25,92</b>						
		<b>24,14222</b>						

d) Disegnare la spezzata di concentrazione (1 punto)

e) Definire le grandezze fondamentali per la definizione dell'Indice di Gini,  $F_i$  e  $Q_i$  e dimostrarne le proprietà di cui godono. (2 punti)

**9. Enunciare il teorema del limite centrale(2 punti)**