

**ESAME – 19 giugno 2018****COMPITO A****Cognome****Nome****Numero di matricola**

- 1) Consegnare dopo un'ora e mezza
- 2) *Approssimare tutti i calcoli alla quarta cifra decimale.*
- 3) *Ai fini della valutazione si terrà conto solo ed esclusivamente di quanto riportato negli appositi spazi.*
- 4) *Al termine della prova, è OBBLIGATORIO consegnare il presente foglio ed il foglio di brutta (DI CUI NON SI TERRÀ CONTO AI FINI DELLA VALUTAZIONE).*

**1. Enunciare le proprietà degli stimatori (2 punti)****2. Enunciare il teorema del limite centrale (2 punti)**

**3.** Un costruttore utilizza due differenti fornitori per il materiale. Il 70% dei pezzi proviene dalla ditta A1 e il restante 30% dalla ditta A2. In passato è stato osservato che mediamente il 6% dei prodotti forniti da A1 sono difettosi, mentre quelli della ditta A2 hanno una percentuale di pezzi difettosi dell'8%. Avendo scelto un pezzo a caso dal magazzino ed avendo riscontrato che è difettoso, qual è la probabilità che sia stato fornito dalla ditta A2? **(2 punti)**

$P(A1)=0.70$   
 $P(A2)=0.30$   
 $B= \text{"difettoso"}$

$P(B|A1)=0.06$   
 $P(B|A2)=0.08$

$$P(A2 | B) = \frac{P(B | A2)P(A2)}{P(B | A1)P(A1) + P(B | A2)P(A2)} = \frac{0.08 \times 0.30}{0.06 \times 0.70 + 0.08 \times 0.30} = 0.3636$$

**4.** Un portafoglio comprende 5 azioni ZX e 15 azioni YW. Il prezzo delle azioni ZX è una variabile casuale con media 8 e varianza 9, il prezzo delle azioni YW è una variabile casuale con media 12 e varianza 16. I prezzi delle due azioni sono correlati negativamente con un

coefficiente di correlazione lineare pari a -0.2. Calcolare il valore atteso e la varianza del valore del portafoglio. **(2 punti)**

$$E(\text{Portafoglio}) = 5 \times E(ZX) + 15 \times E(YW) = 5 \times 10 + 15 \times 12 = 230$$

$$\text{Var}(\text{Portafoglio}) = 5^2 \times \text{Var}(ZX) + 15^2 \times \text{Var}(YW) + 2 \times 5 \times 15 \times \text{Cov}(X, Y)$$

$$\text{Cov}(X, Y) = \rho(X, Y) \times \text{radicequadrata}(\text{Var}(ZX) \times \text{Var}(YW))$$

$$\text{Cov}(X, Y) = -0.2 \times \text{radicequadrata}(16 \times 9) = -2.5$$

$$\text{Var}(\text{Portafoglio}) = 25 \times 9 + 225 \times 16 - 2 \times 5 \times 15 \times 2.5 = 3450$$

**5.** In Italia lavorano 243 mila medici (50% nel sistema sanitario, il 35% è convenzionato, e il 15% lavora in strutture private equiparate al pubblico o case di cura). Nella tabella seguente lo stipendio medio mensile di un medico nei vari tipi di strutture. Indicare lo stipendio medio mensile per un medico in Italia. **(1 punto)**

Struttura di appartenenza	Stipendio medio mensile netto
Sistema sanitario nazionale	2500
Sistema convenzionato	2700
Struttura privata	2200

**Media ssociativa- o media ponderata**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^3 w_i \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^3 w_i} = \frac{0.5 \times 2500 + 0.35 \times 2700 + 0.15 \times 2200}{0.5 + 0.35 + 0.15} = 2525$$

**6.** Il manager di una rete di 25 concessionarie di auto vuole introdurre delle nuove condizioni di vendita che prevedono degli sconti su certi tipi di optional e delle agevolazioni per la rateizzazione del pagamento, al fine di incrementare le vendite. Attualmente ogni mese riesce a vendere in media 15 auto. Il manager vuole vedere se la nuova politica di vendita è efficace. A questo scopo introduce, in via sperimentale, le nuove condizioni di vendita per un mese e riesce a vendere in media 17 auto con una varianza campionaria correttamente stimata di 9. Può il manager concludere che la sua strategia di vendita è stata efficace assumendo che la distribuzione delle vendite delle macchine in ciascuna concessionaria si possa ben approssimare con una Gaussiana e fissando un livello di significatività  $\alpha=0.01$ ? **(2 punti)**

$$R = \left\{ \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{S_c}{\sqrt{n}}} \geq t_{1-\alpha}^{n-1} \right\}$$

$$R = \left\{ \frac{\bar{x} - 15}{\frac{S_c}{\sqrt{25}}} \geq t_{1-\alpha}^{n-1} \right\}$$

$$\frac{\bar{x} - 15}{\frac{S_c}{\sqrt{25}}} = \frac{17 - 15}{\frac{3}{5}} = 3.33$$

$$t_{1-\alpha}^{n-1} = t_{0.99}^{24} = 2.4922$$

Rifiuto l'ipotesi nulla. Le vendite SONO aumentate

7. Si indichi se le seguenti affermazioni riguardo una variabile casuale discreta X sono Vere o False (4 punti)

Affermazione	Vera / Falsa?
X assume sempre un numero finito di valori	F
Ha varianza calcolabile sulla base di E(X) e E(X <sup>2</sup> )	V
Non può avere valore atteso negativo	F
Può avere varianza nulla	V

8. I dati rappresentati nella seguente tabella sono stati raccolti durante uno studio per capire come migliorare l'apprendimento degli alunni della scuola primaria in Italia. Per 10 scuole composte da 20 classi sono state osservate le seguenti variabili:  
 FINANZIAMENTO finanziamento ricevuto nell'anno scolastico dal ministero in 100.00€  
 TEST risultato medio ottenuto al test di apprendimento  
 STIPENDIO stipendio mensile medio delle famiglie dei frequentanti la scuola  
 U/R u se la scuola è in un'area urbana e r se la zona è rurale

finanziamento	Test	Stipendio	U/R	F×T	S×T	F <sup>2</sup>	T <sup>2</sup>	S <sup>2</sup>
10	90	3	u	900	270	100	8100	9
2	80	2,8	u	160	224	4	6400	7,84
10	95	2,2	r	950	209	100	9025	4,84
6	85	2,4	r	510	204	36	7225	5,76
2	70	2,3	r	140	161	4	4900	5,29
4	85	2,5	u	340	212,5	16	7225	6,25
8	90	2	r	720	180	64	8100	4
8	90	3,5	u	720	315	64	8100	12,25
4	80	3,2	u	320	256	16	6400	10,24
6	85	1,5	r	510	127,5	36	7225	2,25

Calcolare :

a) Media, mediana e varianze del carattere TEST, risultato medio ottenuto al test di apprendimento. **(3 punti)**

85	85	45
----	----	----

b) Lo stipendio medio nelle scuole dell'area urbana è equamente distribuito tra la popolazione? Calcolare un indice di concentrazione per il carattere STIPENDIO medio, condizionatamente a SCUOLA NELL'AREA URBANA. **(2 punti)**

X	Qi	Fi	Fi-Qi	
2,5	0,166667	0,2	0,033333	
5,3	0,353333	0,4	0,046667	
8,3	0,553333	0,6	0,046667	
11,5	0,766667	0,8	0,033333	
15	1	1	0,16	2
				0,08

c) Confrontare la variabilità dei carattere FINANZIAMENTO, TEST e STIPENDIO **(2 punti)**

Cv =varianza / media			
	finanziamento	Test	Stipendio
media	6	85	2,54
varianza	8	45	0,3204
	1,333333333	0,529412	0,126142
Finanziamento maggiore variabilità			

d) Studiare la dipendenza di TEST da: FINANZIAMENTO, STIPENDIO e U/R. Rispondi ai seguenti punti

I. C'è dipendenza in media tra TEST e U/R: il risultato al test di apprendimento è diverso nelle scuole di area urbana rispetto alle scuole di area rurale? **(1 punti)**

Media Test|area urbana=85

Media Test|area rurale=85

Test e area u/r indipendenti in media

- II. C'è dipendenza lineare tra TEST e STIPENDIO? il risultato al test di apprendimento dipende dal reddito medio delle famiglie nella scuola? **(2 punti)**

Correlazione stipendio test=0 NON c'è dipendenza lineare

- III. C'è dipendenza lineare tra TEST e FINANZIAMENTO? il risultato al test di apprendimento dipende dal finanziamento ricevuto dalla scuola? **(2 punti)**

Correlazione finanziamento test=0.896 c'è dipendenza lineare

- IV. Stimare i parametri della retta di regressione di TEST funzione di FINANZIAMENTO. Interpretare i risultati **(1 punto)**

$y = 72.25 - 2.125x$

finanziamento	Test	Stipendio	U/R	F×T	S×T	F <sup>2</sup>	T <sup>2</sup>	S <sup>2</sup>
10	90	3	u	900	270	100	8100	9
2	80	2,8	u	160	224	4	6400	7,84
10	95	2,2	r	950	209	100	9025	4,84
6	85	2,4	r	510	204	36	7225	5,76
2	70	2,3	r	140	161	4	4900	5,29
4	85	2,5	u	340	212,5	16	7225	6,25
8	90	2	r	720	180	64	8100	4
8	90	3,5	u	720	315	64	8100	12,25
4	80	3,2	u	320	256	16	6400	10,24
6	85	1,5	r	510	127,5	36	7225	2,25
60	850	25,4	0	5270	2159	440	72700	67,72
6	85	2,54	0	527	215,9	44	7270	6,772
8	45	0,3204						

17 Covarianza

2.125 beta1

72,25 beta0

9. Nell'ambito di un'indagine sui consumi delle famiglie italiane è stato osservato un campione di 120 unità. E' risultato che le famiglie intervistate spendono mediamente 54 euro al mese per l'acquisto di carne, con una varianza campionaria corretta pari a  $S^2 = 289$

Si costruisca un intervallo di confidenza al 95% per la spesa media di carne ( $\mu$ ) delle famiglie italiane (2 punti)

$$\left( \bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{S}{\sqrt{n}} \right)$$

$$\left( 54 - 1.96 \frac{17}{\sqrt{120}}; 54 + 1.96 \frac{17}{\sqrt{120}} \right)$$

(50.9583; 57.0417)