

# COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLESE, 31 Gennaio 2014

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO B

COGNOME: .....

NOME: .....

MATRICOLA: .....

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione  $f(x) = \ln(x-1) + \frac{1}{x-1}$ , studiare il dominio, simmetrie, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare  $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ , con  $A = \begin{bmatrix} \frac{t}{2} & 0 & 0 \\ \frac{t}{2} & 1 & \frac{t}{2} \\ \frac{t}{2} & \frac{t}{2} & 1 \end{bmatrix}$

e  $\mathbf{b}$  è il vettore colonna dato da  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale  $t$  usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di  $t$ .

[3] (Punti 5) Sia  $f(x) = x^2 \arctan(x^3) + \frac{e^x}{4+e^{2x}} + \sqrt{2x-1}$ . Calcolare  $\int f(x)dx$ .

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-\frac{1}{x^4}} + x^2 - x^2 \ln(x^2)}{e^{x^4} - 1 + x^2 \ln(x^4)}$$

[5] (Punti 4) Sia  $f(x, y) = xy^3 - 2x^2y^2 + x^3y - xy$ . Determinare la natura dei suoi punti critici giacenti nel piano  $x - y = 0$ .