

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, II CANALE, 18 SETTEMBRE 2013

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = e^{\frac{x^2}{(x-1)}}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Calcolare la derivata seconda esplicitamente senza studiarla. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(1+\sin(x))$ e determinarne il dominio.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ t+1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} t+2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia data la funzione $f(x) = \frac{e^{-3\tan(x)}}{\cos^2(x)} + \frac{e^x-1}{e^{x+1}} + x\sqrt{x^2-1} + \ln(x^3)$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[\sqrt{x} + x^2 + e^{-\frac{1}{x^2}}][e^{2\sqrt{x}} - 1]}{[\sin \sqrt{x} + x^4] \sin \sqrt{x}}.$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = (x - y + 1)e^{x^2 - y^2}$. Determinare la natura dei suoi punti critici giacenti sul piano di equazione $x - y = 0$.