

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLESE, 3 Giugno 2014

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \sqrt{x+1} e^{-\sqrt{x+1}}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, derivata seconda (solo calcolo), massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(1+x)$ e determinarne il dominio.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} 0 & t \\ -t & t \\ t & t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} t \\ t \\ t \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \sin(x) \cos(x) e^{-\sin(x)} + \ln(1-x^2) + \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$.
Calcolare $\int f(x) dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(e^{-x^2} - \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) \right) \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^4} \right) - \frac{4}{x^4}}{\sin\left(\frac{1}{x^4}\right)}$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = e^{(x^2-y^2)} + \ln(1+x^2y)^3 + \sin^2(x-y)\pi$. Calcolare il vettore gradiente in un punto generico (x_0, y_0) ed il piano tangente al grafico della funzione $f(x, y)$ nel punto $(0, 0)$.