

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLEM, 16 GENNAIO 2015

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \ln \sqrt{x^2 + x - 2} - \ln \sqrt{2}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A = \begin{bmatrix} t & -t \\ -t & t \\ t^2 & -1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 2t \\ -2t \\ 1 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = x^3 \arctan(x^4) + \frac{e^x}{e^{2x}+1} - (2x+1)^{\frac{1}{3}}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sqrt{x} - x^2) \sin(2x)}{\ln(1-x)[e^{(-4\sqrt{x})} - 1]} - \sqrt{x}$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = 1 + (x^2 + y^2)e^{xy}$. Determinare il suo dominio e rappresentarlo graficamente. Calcolare inoltre il piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0)$ e dire se tale punto è punto critico ed in caso affermativo calcolarne la natura.