

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLEM, 5 FEBBRAIO 2015

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = e^{\frac{1}{(x+2)}}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t & 0 & t \\ 0 & t & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \frac{1}{x^2+x-2} + \frac{1}{x^2+x+1} + x\sqrt{2x^2+2}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - x^2 + x^3 - \sin(x^3)}{[\cos(x^4) + x^4] \ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)}$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = 3e^{-\sqrt{1-x^2-y^2}}$. Determinare il suo dominio e rappresentarlo graficamente. Calcolare il vettore gradiente nel punto $(0, \frac{1}{2})$. Calcolare infine tutti i suoi punti critici.