

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLEM1, 14 Gennaio 2016

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$, studiare il dominio, simmetrie, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(x-1)$ e determinarne il dominio

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A = \begin{bmatrix} t & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 1 \\ t \\ 0 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare infine **esplicitamente** le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare del parametro t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \sin^3(x)\sqrt{\cos(x)} + \ln(x^2 + 1) + \frac{1}{x^2-x}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[\sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + \frac{1}{x} - 2\frac{1}{\sqrt{x}} \right] \left[e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} - 1 \right] - \frac{1}{x} - 2$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = e^{(5x^4+4y^5-20xy)}$. Determinare il suo dominio e rappresentarlo graficamente. Calcolare, se esistono, gli eventuali punti critici senza specificarne la natura ed il piano tangente nel punto $(x, y) = (0, 1)$