

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE

9 CREDITI, 5 GIUGNO 2017

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & t^2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \frac{x}{(1-x^2)} + \frac{x^4}{x^5-1} + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(xe^{\frac{1}{x}} - x\right)}{\left(x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}\right)}$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 + x^2y^2 + 1)$. Determinare il suo dominio e rappresentarlo graficamente. Determinare tutti i suoi punti critici senza specificarne la natura.