

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE

9 CREDITI, 4 SETTEMBRE 2017

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(1-x)$ e determinarne il dominio.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t & 0 \\ 1 & t \\ t & t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 0 \\ t \\ 1 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . usando la regola di Cramer. Determinare infine **esplicitamente** le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare del parametro t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \frac{\sin(x)+2\cos^2(x)}{\cos^2(x)} + \frac{1}{3x^2+9} + \ln(x)$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2(e^{\frac{1}{x}} - 1) - x}{x^{\frac{1}{3}} - 2}$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = e^{-xy} + xe^{-xy}$. Determinare la natura dei suoi punti critici.