

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

20 SETTEMBRE 2017

EQUAZIONI E DISEQUAZIONI DI I, II GRADO

1. Risolvere le seguenti equazioni facendo attenzione, dove serve, ai domini delle funzioni considerate:

(1.a) $\frac{x-2}{3} - \frac{1-2x}{4} = x$	(1.f) $\frac{4x}{x^2+4-4x} + \frac{3}{x-2} = \frac{5}{x-2}$
(1.b) $\frac{4-2x}{5} + \frac{x-3}{10} = x - \frac{3x-4}{15}$	(1.g) $\frac{3x+1}{x+2} + \frac{1-2x}{x-2} = \frac{1}{2} \frac{x-6}{x+2}$
(1.c) $\frac{x-(x-1)^2}{4} + \frac{1}{2} = \frac{x}{2} - \frac{(x-1)^2}{4} - 1$	(1.h) $(x+3)^2 + x = x^2 + 7x + 9$
(1.d) $\frac{2}{x+1} + \frac{5}{1-x} = -\frac{3}{2}$	(1.i) $1 - \frac{4x}{2x+1} = \frac{x-1}{1-x}$
(1.e) $\frac{1-\frac{1}{2x}}{2+\frac{1}{x}} = \frac{1}{x^2(2+\frac{1}{x})^2}$	(1.j) $\frac{x^2-4x+3}{x-1} + \frac{2-x}{x^2-4} = -\frac{1}{x+2}$

2. Risolvere le seguenti disequazioni facendo attenzione, dove serve, ai domini delle funzioni considerate:

(2.a) $\frac{2x+5}{2} - \frac{x-4}{3} > \frac{x(x-7)}{7} - \frac{7}{10}$	(2.f) $x(x+3) \geq 0$
(2.b) $\frac{x-1}{3} - \frac{19}{2} + 10x < x - \frac{3x-1}{4}$	(2.g) $\frac{x-1}{x+2} < 0$
(2.c) $\frac{(2x+1)^2}{4} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) > 1 - 2x$	(2.h) $\frac{x^2-1}{x^2+x+1} \geq 0$
(2.d) $(x+1)(x-3) < 0$	(2.i) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 > 0$
(2.e) $x^2 + x - 6 < 0$	(2.j) $x \geq x^2 + (x+1)^2(x-1)^2 - x^2(x^2-2) - 1$

3. Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni di grado superiore al secondo facendo attenzione, dove serve, ai domini delle funzioni considerate:

(3.a) $x^3 - x = 0$	(3.c) $x^3 + 5x^2 + 4x \geq 0$
(3.b) $x^5 + 3x^4 - x - 3 = 0$	(3.d) $\frac{x-3}{x^3-x^2-4x+4} < 0$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCCA@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELLI@MAT.UNIROMA2.IT

21 SETTEMBRE 2017

EQUAZIONI E DISEQUAZIONI ESPONENZIALI E LOGARITMICHE

1. Risolvere le seguenti equazioni facendo attenzione, dove serve, ai domini delle funzioni considerate:

(1.a) $2^x = \frac{1}{16}$

(1.b) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 9$

(1.c) $3^{\frac{1}{x}} 3^{\frac{1}{1+x}} = 3$

(1.d) $4^{\frac{2}{x}} 8^{\frac{5+x}{x^2-x}} = 2$

(1.e) $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$

(1.f) $5^{x-2} \left(\frac{1}{25}\right)^{3-2x} = 5^{x^2-2}$

(1.g) $\left[\left(\frac{1}{7}\right)^{x+1}\right]^x = \frac{1}{49}$

(1.h) $\log(x^2 + 4) = \log(2x + 4)$

(1.i) $2 \log_5 x = 3$

(1.j) $\log_{1/2}(x+1) + \log_{1/2}(6x-2) - \log_{1/2}(5x+1) = \log_{1/2} 4$

(1.k) $\log(x-3) + \log(x+1) = \log(2-x) + \log(x-2)$

(1.l) $\log_5 x - \log_{25} x = 1$

(1.m) $(\log x - 3)(\log x + 3) = 0$

(1.n) $\text{Log}(5^{1+x} + 5^{1-x}) = 1$

2. Risolvere le seguenti disequazioni facendo attenzione, dove serve, ai domini delle funzioni considerate:

(2.a) $4^{x^2-x} < 16$

(2.b) $5^x > 2^{1/x}$

(2.c) $\left(\frac{2}{3}\right)^x - \sqrt[5]{\frac{16}{81}} > 0$

(2.d) $\frac{2^x - 1}{9^x - 3} \leq 0$

(2.e) $\frac{3^x - 1}{9^x - 3} \geq 0$

(2.f) $2^x > 4 \cdot 3^x$

(2.g) $\log_{1/3} \frac{x+2}{x-2} > 0$

(2.h) $2 \log_2(x-2) > 1 + \log_2(6-2x)$

(2.i) $\log_3(\log_3(2x-5)) < 0$

(2.j) $\frac{2}{\log_5^2(x-4)} \leq 2 - \frac{3}{\log_5(x-4)}$

(2.k) $\log_2^2 x \geq 6 \log_2 x - 5$

(2.l) $(\log_3 x - 2)(\log_3 x - 1) \geq \log_3 x + 3$

3. Definiti gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 > 0\} \quad \text{e} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : 2(x-2) \leq 6\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} : 2 + x - x^2 > 0\} \quad \text{e} \quad D = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$$

dire quale tra gli insiemi $A \cup B$, $A \cap B$, $C \cup D$ e $C \cap D$ è limitato e quale è un intervallo.

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

27 SETTEMBRE 2017

EQUAZIONI E DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

1. Risolvere le seguenti equazioni facendo attenzione, dove serve, ai domini delle funzioni considerate:

(1.a) $\sqrt{x^2 + x} = 3 - 2x$

(1.d) $\sqrt{x + x^2} = x^2 + x$

(1.b) $\sqrt{3 - x^2} = 1$

(1.e) $\sqrt{\log_2^2 x - 4} = \log_2 x + 1$

(1.c) $\sqrt{2 + x + x^2} = x^2 + x + 2$

(1.f) $\sqrt{x + 1} = \sqrt{x + 2} + \sqrt{x + 3}$

2. Risolvere le seguenti disequazioni

(2.a) $|x + 2| > 2$

(2.e) $\left| 1 + \frac{2 - x}{x} \right| > 2$

(2.b) $|2x + 3| < x - 6$

(2.f) $\left| \frac{2 + 3x}{x - x^2} \right| > 9$

(2.c) $|x^2 + 3x - 1| < 3$

(2.g) $\log_{1/2} \sqrt{x} < \log_{1/2} |x - 1|$

(2.d) $\frac{|x| - x}{2x^2 + 1} < -3$

3. Risolvere le seguenti disequazioni facendo attenzione, dove serve, ai domini delle funzioni considerate:

(3.a) $\sqrt{x + 2} > x$

(3.e) $\sqrt{(x - 2)^2 - x} - x + 3 < 0$

(3.b) $\sqrt{x^2 - 4x} > x - 3$

(3.f) $x \geq \sqrt{x^2 - 4} - 4$

(3.c) $1 + 2x > \sqrt{4x^2 - 5x + 1}$

(3.g) $\sqrt{x(x + 1)} > 0$

(3.d) $\sqrt{6 - x} < x$

(3.h) $\sqrt[3]{1 - x^2} + \sqrt[3]{x^2} > 1$

4. Studiare la positività delle seguenti funzioni

(4.a) $\sqrt[3]{\frac{x^2 - 9}{2x^2 + 5x}}$

(4.b) $\sqrt{\frac{18 - 2x^2}{x^2 - 4x}}$

(4.c) $\sqrt[49]{(x - 5)(x^2 - 1)}$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

28 SETTEMBRE 2017

STUDIO DI FUNZIONI - PARTE 1

1. Studiare dominio, segno, zeri ed eventuali simmetrie delle seguenti funzioni:

(1.a) $\frac{|3x+2|}{|x-4|}$

(1.b) $\frac{x^2+3}{x^4-x^2+1}$

(1.c) $\sqrt{\log\left(\frac{x-1}{x}\right)}$

(1.d) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

(1.e) $(x-5)e^{\frac{1}{x-6}}$

(1.f) $2\sqrt{x^2-5x+6}+3$

(1.g) $\frac{2x^2+5}{4x}$

(1.h) $x\log(x^2-3)$

(1.i) $\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^\pi$

(1.j) $(x^2+2x)e^x$

2. Considerare le seguenti funzioni elementari $f(x) = \log x$, $g(x) = e^{-x}$, $h(x) = x^2-1$ e tracciare il grafico di $f(x-a)$, $g(x)+b$, $|h(x)|$, $h(cx)$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$.

3. Date le funzioni $f(x)$ e $g(x)$

(3.a) $f(x) = \frac{x-1}{x}$, $g(x) = 2x+3$

(3.b) $f(x) = |x-2|$, $g(x) = \log_2(x-3)$

(3.c) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$, $g(x) = x^2+2$

(3.d) $f(x) = 2^x$, $g(x) = x^2-x-2$

(3.e) $f(x) = e^{x^2-3}$, $g(x) = x^3-8$

(3.f) $f(x) = \log(x^2-2)$, $g(x) = \sqrt{x+2}$

calcolare la funzione composta $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ ed esplicitarne il dominio.

4. Date $f(x) = 2x-5$, $g(x) = \log x$ determinare le funzioni $(g \circ g \circ f)$ e $(g \circ f \circ g)$ e i rispettivi domini.

5. Determinare la funzione inversa di $e^{2x} + 4e^x$ e il suo dominio.

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

5 OTTOBRE 2017

LIMITI

1. L'insieme $\left\{ \frac{1}{n^2\sqrt{n}} : n \in \mathbb{N} \right\}$ è chiuso? Determinare la chiusura.

2. Calcolare i seguenti limiti

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 5}{3x - 1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1}{x^5 + 1x^3 + 1}$

(c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5}{2x^2 + 2x - 9}$

(d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + 3x + \log x}{2x^3 - 6x}$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 + x^2}{2x^5 + 2x}$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^6 + 2x^2}{x^4 + x^2}$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 2e^x}{x^3 + \ln x^2}$

(h) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 9x^2 + 27x + 27}{x^2 + 6x + 9}$

(i) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(5x^3 + 2) - \log(x^3)$

(j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 8}$

(k) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$

(l) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 5x + 1} - x$

(m) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 3x} - 2x$

(n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 2x^2)}{1 - \cos(3x)}$

(o) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^{-8}}{\sin(e^{4x})}$

(p) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \ln(1 + e^{-5x})$

(q) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)(\sqrt{e^x - 1})}{(1 - \cos x)\sqrt{\sin x}}$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

12 OTTOBRE 2017

LIMITI E STUDIO DI FUNZIONE - PARTE 2

1. Calcolare i seguenti limiti

$$(1.a) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-1/x}$$

$$(1.b) \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{-1/x}$$

$$(1.c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^{18} + x^6)e^{-x^6} + \sin\left(-\pi + \frac{1}{x^9}\right)$$

$$(1.d) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x^2 - 6x + 9)^2}{(e^{x^2-9} - 1)^4}$$

$$(1.e) \lim_{x \rightarrow \infty} x \log\left(\frac{2-x}{3-x}\right)$$

$$(1.f) \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 4x + 3)(\ln(x^2 + 3) - \ln x^2)$$

$$(1.g) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^{\frac{2x^3+1}{x^2+x+2}}$$

$$(1.h) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(e^x - e^{-x}) - 1}{\sin x^2}$$

$$(1.i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{\tan 3x}$$

$$(1.j) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sqrt{x} - x^4 + e^{-1/x^4})(e^{4\sqrt{x}} - 1)}{(\sin \sqrt{x} + x^6) \sin \sqrt{x}}$$

2. Studiare il segno, zeri e comportamento ai bordi del dominio delle seguenti funzioni

$$(2.a) \frac{x+3}{x^3 - x^2 - 5x - 3}$$

$$(2.b) \frac{2+x^2}{1+x^2}$$

$$(2.c) \frac{x^2+2x}{x+1}$$

$$(2.d) \ln(x^2+3)$$

$$(2.e) |x^2 - 4x + 4|$$

$$(2.f) e^{-x^2+x} - 1$$

$$(2.g) \frac{x^3+2}{e^{x^2}+x^2}$$

$$(2.h) \frac{x^3-3x^2-5x-1}{x^2-1}$$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

19 OTTOBRE 2017

DERIVATE E STUDIO DI FUNZIONE - PARTE 2

1. Calcolare con la definizione la derivata delle seguenti funzioni:

(1.a) e^{x^2}

(1.b) $\sqrt{1-x}$

2. Studiare massimi e minimi relativi delle seguenti funzioni

(2.a) $x^3 + 3x^3 - 4$

(2.c) xe^{3x}

(2.b) $\frac{x^2 + 9}{x}$

(2.d) $3x \ln(x)$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

26 OTTOBRE 2017

STUDIO DI FUNZIONE - PARTE 3

1. Studiare massimi e minimi relativi, concavità e convessità delle funzioni:

(1.a) $e^{-x(x-2)}$

(1.d) $x^4 + x + 12$

(1.b) $(3x^2 + 1)e^{x+2}$

(1.e) $e^{-x}(2x + 1)$

(1.c) $x^4 - 6x^2 + 7x + 8$

(1.f) $x^2 - x \log x$

2. Dimostrare le seguenti disuguaglianze:

(2.a) $\sin x < x$, per $x > 0$

(2.b) $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$, per $x \neq 0$

(2.c) $x - \frac{x^3}{6} < \sin x$, per $x > 0$

3. Studiare il grafico delle seguenti funzioni

(3.a) $\frac{x-1}{x^2-x-6}$

(3.f) $x\sqrt{1-4x^2}$

(3.b) $e^{-x} - e^{-3x}$

(3.g) $\frac{x^2-3x}{|x-1|}$

(3.c) $\log(1+4x)$

(3.h) $\frac{e^{-x}}{\sqrt{2-x}}$

(3.d) $e^{-x^2+x+2} - 1$

(3.e) $\sqrt{x^2+x} - x$

(3.i) $1 - \log\left(\frac{x^2-4}{x^2-9}\right)$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

11 NOVEMBRE 2017

INTEGRALI

1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

(1.a) $\int \frac{\arctan x}{-(1+x^2)} dx$	(1.f) $\int x \ln(x-4) dx$	(1.k) $\int \frac{x-3}{x(x-1)(x-2)} dx$
(1.b) $\int 5x \cos(x^2+6) dx$	(1.g) $\int x e^{-2x} dx$	(1.l) $\int \frac{1}{x^2+x+2} dx$
(1.c) $\int \frac{\log x}{x(1+\log x)} dx$	(1.h) $\int \frac{2x-1}{x^2+x} dx$	(1.m) $\int \frac{x^2+1}{x^2+x-2} dx$
(1.d) $\int (2x+3)e^{x^2+3x+28} dx$	(1.i) $\int \frac{1}{9x^2-12x+4} dx$	(1.n) $\int \frac{x^3}{x^2-3x+2} dx$
(1.e) $\int \ln x dx$	(1.j) $\int \frac{8x}{4x^2-8x+7} dx$	(1.o) $\int \frac{x^3+1}{x(x-1)^2} dx$

2. Calcolare i seguenti integrali definiti

(a) $\int_1^e \frac{2x-1}{x^2} dx$	(c) $\int_{\pi/2}^{3\pi/2} \cos^3 x dx$
(b) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x+3} dx$	(d) $\int_{-1}^0 \frac{e^x+2}{e^{2x}+4} dx$

3. Calcolare l'area compresa tra $y = -x^2 + \frac{3}{2}$ e $y = x - \frac{1}{2}$

4. Calcolare l'area fra l'asse x e la funzione $\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)(x+1)}$ nell'intervallo $[0, 1]$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

11 NOVEMBRE 2017

ALGEBRA DELLE MATRICI

1. (1.a) Calcolare

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix}.$$

(1.b) Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & \frac{1}{2} \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

calcolare $2A^2 - {}^tA + I_3$.

(1.c) Data la matrice

$$U = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

verificare $U^t U = 1$.

2. Verificare se i seguenti vettori sono linearmente indipendenti ed eventualmente completare la base

(3.a) $\{(1, 3), (-e, e)\}$

(3.b) $\{(1, 2), (11, 1), (-1, 1)\}$

(3.c) $\{(1, 1, 3), (2, 2, 0), (3, 3, -3)\}$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

23 NOVEMBRE 2017

RANGO E SISTEMI LINEARI

1. Calcolare il determinante e il rango delle seguenti matrici

$$(1.a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix} \quad (1.b) \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad (1.c) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Calcolare il determinante e il rango delle seguenti matrici al variare dei parametri

$$(2.a) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{t}{2} & 1 & -1 \\ 1 & \frac{t}{2} & -\frac{t}{2} \end{pmatrix} \quad (2.b) \begin{pmatrix} k & 0 & 2 \\ 0 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.c) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & a \end{pmatrix}$$

3. Risolvere i seguenti sistemi lineari

$$(3.a) \begin{cases} 2X_2 + X_1 + 3X_3 = 1 \\ 2X_1 + X_2 + 4X_3 = 2 \\ 3X_1 - 3X_2 + X_3 = 1 \end{cases} \quad (3.b) \begin{cases} X_2 - X_3 = -1 \\ X_1 + X_3 = 1 \\ 2X_1 + X_2 + X_3 = 2 \end{cases}$$

4. Stabilire la risolubilità dei sistemi $Ax = b$, studiare il sistema al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$.

$$(4.a) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \quad (4.c) A = \begin{pmatrix} 0 & t & 2t \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & t & t \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 4t \end{pmatrix}$$
$$(4.b) A = \begin{pmatrix} -t & 1 & -1 \\ -2 & t+1 & -2 \\ -1 & t & -1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.d) A = \begin{pmatrix} 2t & 2t \\ 2t & 2t \\ 2t & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

30 NOVEMBRE 2017

RANGO E SISTEMI LINEARI

1. Risolvere i sistemi lineari $Ax = b$ al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$:

$$(1.a) \quad A = \begin{pmatrix} 0 & t & 2t \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & t & t \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ t \\ 4t \end{pmatrix} \qquad (1.b) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & t & 1 \\ 1 & 1 & 1+t \\ 1 & 1 & 2t+2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

2. Trovare autovalori e i rispettivi autovettori delle seguenti matrici

$$(2.a) \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(2.c) \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(2.b) \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(2.d) \quad D = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

07 DICEMBRE 2017

FUNZIONI A DUE VARIABILI

1. Determinare il dominio delle seguenti funzioni e rappresentarlo graficamente:

(1.a) $f(x, y) = \log(1 - x^2 - y^2)$

(1.d) $f(x, y) = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$

(1.b) $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$

(1.e) $f(x, y) = \log(xy^2 + x^2y)$

(1.c) $f(x, y) = \sqrt{y^2 - x^4}$

(1.f) $f(x, y) = \ln(1 - 2x - 2y)$

2. Determinare le linee di livello e l'immagine delle seguenti funzioni:

(2.a) $f(x, y) = 2x - 5y$

(2.c) $f(x, y) = \sqrt{x^2/(y+1)}$

(2.b) $f(x, y) = x^2y$

(2.d) $f(x, y) = 1/(x^2 + y^2)$

3. Calcolare il gradiente delle seguenti funzioni:

(3.a) $f(x, y) = x^2 + 2xy - xy^2$

(3.c) $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$

(3.b) $f(x, y) = ye^{2x^2}$

(3.d) $f(x, y) = e^{\frac{x}{y}}$

4. Calcolare le derivate parziali, prime e seconde, verificando la validità del teorema di Schwarz:

(4.a) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{7x + 4y - 2}}$

(4.c) $f(x, y) = \frac{\sqrt{1-x}}{y}$

(4.b) $f(x, y) = \log(1 - x^2 - y^2)$

5. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni lungo le direzioni e nei punti assegnati:

(5.a) $f(x, y) = x^2 + xy - 2$ in $P(1, 0)$ nella direzione $\mathbf{v} = (2, 1)$;

(5.b) $f(x, y) = e^x \cos y$ in $P(0, 0)$ nella direzione $\mathbf{v} = (1, 2)$;

(5.c) $f(x, y) = \sqrt{|x^2 - xy|}$ in $P(0, 0)$ nella direzione $\mathbf{v} = (1, 1)$.

6. Calcolare gli eventuali punti di massimo, minimo o sella delle seguenti funzioni:

(6.a) $f(x, y) = \log(1 + x^2y^2)$

(6.d) $f(x, y) = x^3 + y^3 + xy$

(6.b) $f(x, y) = \sqrt{1 + x^2 + y^2}$

(6.e) $f(x, y) = x \cos y$

(6.c) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 2y^2}$

(6.f) $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$

Università degli Studi di Roma Tor Vergata

ESERCITAZIONE CORSO MATEMATICA GENERALE

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA E FINANZA L33

ESERCITATORI: DOT. MARTINA MAGLIOCCA E DOT. VINCENZO MORINELLI

MAGLIOCC@MAT.UNIROMA2.IT, MORINELL@MAT.UNIROMA2.IT

14 DICEMBRE 2017

FUNZIONI A DUE VARIABILI

1. Determinare i punti di massimo locale, minimo locale o di sella delle seguenti funzioni:

$$(1.a) \ f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 4xy - 2y^2 \qquad (1.c) \ f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2 + y^2)}$$

$$(1.b) \ f(x, y) = xy\sqrt{1 - x^2 - y^2} \qquad (1.d) \ f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$$

2. Determinare i punti di massimo e minimo assoluti delle seguenti funzioni sugli insiemi indicati:

$$(2.a) \ f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + y^2 - 1 \text{ in } M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 = 9\}$$

$$(2.b) \ f(x, y) = x^2 + y^2 \text{ in } M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20\}$$

$$(2.c) \ f(x, y) = 2x^2 + y^2 - x \text{ in } M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$(2.d) \ f(x, y) = 3x^2 + 4y^2 - 6x - 12 \text{ in } M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 4\}$$