

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE

9 CREDITI, 15 Gennaio 2018

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x^2-1}}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonìa massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Calcolare la derivata seconda senza studiarla. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(1-x)$ e determinarne il dominio.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A = \begin{bmatrix} 1 & -t & 0 \\ -t & 1 & 0 \\ -2 & -t & 1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -t \end{bmatrix}$. Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \sqrt{1-3x} + \frac{x-1}{x+1} + x^2 \cos(x^3)$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[x^2 - x + e^{-x}]}{[x^2 \ln(1+x^6)]} [1 + \ln(x^4)]$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = \frac{\sin(x^2+y^2-1)}{x} + \ln(9-x^2-y^2)$. Determinare il dominio e graficarlo. Dire se il punto $(1, -1)$ é punto critico.