

MATEMATICA GENERALE 14 Gennaio 2019: 12 CREDITI

COMPITO B

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

[1] (Punti 10) Data la funzione $f(x) = \frac{e^{-2x}}{1-x}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità, convessità, flessi, Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 7) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t & 1 & -1 \\ t & 0 & t \\ 2 & t & 0 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} t \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{y-x}$. Determinare il suo dominio e graficarlo. Determinare i suoi punti critici senza specificarne la natura. Calcolare inoltre il piano tangente nel punto $(1, 1)$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} + 3x^3 + x^2}{x^3 + x^2} - x^2 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

[5] (Punti 2) Sia $f(x) = e^{-x} \arctan(e^{-x})$. Calcolare $\int f(x) dx$.

[6] (Punti 2) Dare la definizione di rango di una matrice con m righe e n colonne.

[7] (Punti 2) Dare la definizione di punto critico o stazionario di una funzione $f(x)$ in $x = x_0$.