

# MATEMATICA FINANZIARIA

I. Valdivia

A.A. 2017/2018 - Esercitazione 17/05/2018

Es. 1 In un mercato composto da titoli rischiosi e da un titolo non rischioso, i portafogli A e B sono efficienti in media e varianza ed hanno rendimento atteso e deviazioni standard dei rendimenti pari a  $r_A = 12\%$ ,  $r_B = 15\%$ ,  $\sigma_A = 20\%$ ,  $\sigma_B = 40\%$ .

- Calcolare il rendimento non rischioso  $r_f$
- Calcolare il rendimento atteso  $r_C$  del portafoglio efficiente con deviazione standard pari a tre volte  $\sigma_B$ .

Es. 2 In un mercato composto da titoli rischiosi e da un titolo non rischioso, il rendimento del titolo non rischioso è  $r = 6\%$ . Inoltre sia  $R = 10\%$  il rendimento atteso di un portafoglio efficiente con deviazione standard  $\sigma = 20\%$

- Determinare la composizione del portafoglio efficiente di rendimento atteso pari al doppio del rendimento del titolo non rischioso.
- Potrebbe esistere in tale mercato un portafoglio con rendimento atteso pari al doppio del rendimento del titolo non rischioso e deviazione standard pari al doppio di  $\sigma$ ?

Es. 3 In un mercato di 3 titoli i portafogli  $(1/2, 0, 1/2)$  e  $(0, 1, 0)$  sono efficienti. Consideriamo i portafogli  $A = (1, 0, 0)$  e  $B = (-1/2, 2, -1/2)$ . Cosa si deduce di tali portafogli?

Es 4 Le due successioni di flussi di cassa  $(-10, 0, 40)|(0, 1, 2)$  e  $(-10, x, x)|(0, 1, 2)$  (dove il tempo è espresso in anni) hanno lo stesso TIR. Calcolare il valore x.

Es 5 Considerando un prestito di euro  $X = 10000$  al tasso nominale  $8\%$ , durata 5 anni, rata mensile costante posticipata; calcolare il debito residuo dopo il pagamento della seconda rata.

Es. 6 Data la struttura dei fattori di sconto a pronti

$$d(0, 1) = 0.98, \quad d(0, 2) = 0.97, \quad d(0, 3) = 0.96, \quad d(0, 4) = 0.955$$

Calcolare il prezzo a termine  $F$ , con pagamento tra 2 anni di uno zero coupon bond che rimborserà un capitale  $C = 100$  tra 4 anni.

Es. 7 Con gli stessi dati dell'esercizio precedente. Si vuole rimborsare un debito  $D = 1000$  in 4 anni, in modo equo rispetto alla struttura dei tassi del mercato assegnata nell'esercizio precedente, con tre

rate di uguale importo  $R$  pagate in  $t = 1, 2, 3$  e un importo pari alla metà di  $D$  da pagarsi in  $t = 4$ . Determinare l'importo  $R$ .

Es. 8 Sia  $A$  un titolo che rimborsa un importo costante  $R = 8$  ogni sei mesi in via posticipata per sempre.

- a) Determinare il valore attuale  $V$  di  $A$  considerando un tasso nominale  $r = 8\%$ .
- b) Il titolo  $A$  è più o meno rischioso (dal punto di vista della sensibilità alle variazioni di tasso di interesse) di uno zero coupon bond che scade tra 10 anni? Motivare la risposta.

Es. 9 La banca  $XYZ$  propone un mutuo a 20 anni al tasso nominale  $i = 4,2\%$  da rimborsare in rata costante mensile da pagare in via posticipata. Calcolare la rata nel caso di un mutuo di  $C = 100000$  euro.

Es. 10 Dati 3 titoli con rendimento medio  $\bar{r}_1 = 14\%$ ,  $\bar{r}_2 = 15\%$ ,  $\bar{r}_3 = 17\%$  e matrice di varianza/covarianza

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Determinare rendimento  $\bar{r}$  e la varianza  $\sigma^2$  del portafoglio  $w = (\frac{1}{4}, 0, \frac{3}{4})$  e stabilire se il portafoglio è efficiente.