

April 17, 2018

Esercizi

Esercizio 1

Calcolare il montante ad interesse semplice, a interesse composto e a interesse continuo dei seguenti capitali in

1. €500 tasso annuo 4.25% per 3 anni
2. €1300 tasso annuo 6.7 % per 5 mesi
3. €600 tasso annuo 5.8% per 70 giorni
4. €800 tasso annuo 6.20 % per 1 anno e 4 mesi

Soluzione

V indica il montante, A il capitale iniziale, in regime di capitalizzazione semplice l'interesse r é proporzionale al tempo e al capitale iniziale.

$$V_{semplice} = (1 + rt)A = (1 + 0.0425 \times 3) \times 500 = 563.75$$

$$V_{semplice} = (1 + rt)A = (1 + 0.067 \times \frac{5}{12}) \times 1300 = 1336.29$$

$$V_{semplice} = (1 + rt)A = (1 + 0.058 \times \frac{70}{365}) \times 600 = 606.674$$

$$V_{semplice} = (1 + rt)A = (1 + 0.062 \times \frac{16}{12}) \times 800 = 866.133$$

In regime di capitalizzazione composto l'interesse in ogni istante t é proporzionale al montante accumulato fino a t .

$$V_{composta} = (1 + r)^t \times A = (1 + 0.0425)^3 \times 500 = 566.498$$

$$V_{composta} = (1 + r)^t \times A = (1 + 0.067)^{\frac{5}{12}} \times 1300 = 1335.61$$

$$V_{composta} = (1 + r)^t \times A = (1 + 0.058)^{\frac{70}{365}} \times 600 = 606.523$$

$$V_{composta} = (1 + r)^t \times A = (1 + 0.062)^{\frac{16}{12}} \times 800 = 866.808$$

Se il tempo t nel caso della capitalizzazione composta fosse suddiviso in istanti infinitesimali (con lo stesso principio di suddividere il tempo in frazioni annue, semestrali, quadrimestrali, trimestrali, giornaliere, etc), come caso limite per t che tende ad infinito si ottiene il regime di capitalizzazione continua.

$$V_{continua} = Ae^{rt} = 500 \times e^{0.0425 \times 3} = 567.992$$

$$V_{continua} = Ae^{rt} = 1300 \times e^{0.067 \times \frac{5}{12}} = 1336.80$$

$$V_{continua} = Ae^{rt} = 600 \times e^{0.067 \times \frac{70}{365}} = 606.711$$

$$V_{continua} = Ae^{rt} = 800 \times e^{0.062 \times \frac{16}{12}} = 868.944$$

Esercizio 2

Ho impiegato la somma di €1800 al tasso di interesse composto del 8 % per una certa durata. Alla scadenza ho reinvestito subito al tasso di interesse composto del 8.15 % per 4 anni. Alla scadenza di questi 4 anni ho ritirato un montante complessivo di €3447.52. Determinare la durata del primo impiego.

Soluzione

Derivare A nel secondo periodo

$$3447.52 = A(1 + 0.0815)^4$$

da cui abbiamo

$$A = 2520$$

L'ammontare iniziale investito all'inizio del secondo periodo equivale al montante accumulato nel primo periodo. Quindi abbiamo

$$2520 = 1800(1 + 0.08)^t$$

Risolvere rispetto a t l'equazione per avere $t = 4.37$

Esercizio 3

La somma di €3700 viene impiegata per 6 anni ad interesse composto al tasso annuo del 7.75 %. Quale tasso annuo dovrebbe essere applicato per avere lo stesso montante qualora l'investimento fosse fatto ad interesse semplice?

Soluzione

Il tasso di interesse effettivo : il tasso di interesse annuale che, se applicato, assicura lo stesso montante derivato in regime di capitalizzazione composta. Si ottiene semplicemente eguagliando i due flussi di capitalizzazione composta e semplice.

$$3700(1 + 0.0775)^6 = 3700(1 + i_e \times 6)$$

Derivare $i_e = 0.0941603$ che é equivalente a 9.41%.

Esercizio 4

Calcolare il montante ad interesse composto frazionato dei seguenti capitali

1. €820, tasso semestrale 3 % per 8 anni
2. €640, tasso trimestrale 2.25% per 8 anni
3. €590, tasso annuo convertibile trimestralmente 6% per 5 anni e 6 mesi

Soluzione

m rappresenta la frequenza in cui un anno viene suddiviso e $k = mt$ con t il periodo di riferimento . I tassi nominali annuali sono frazionati, quindi, il termine $\frac{r}{m}$ nella formula

$$V_m = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^k \times A$$

é dato, in caso contrario r viene frazionato a seconda del m desiderato (es. tasso annuo convertibile semestrale, trimestrale etc)

$$V_2 = \left(1 + \frac{r}{2}\right)^{2t} \times A$$

$$(1 + 0.03)^{16} \times 820 = 1315.86$$

$$V_4 = \left(1 + \frac{r}{4}\right)^{4t} \times A$$

$$(1 + 0.0225)^{32} \times 640 = 1304.39$$

$$V_4 = \left(1 + \frac{r}{4}\right)^{4t} \times A$$

$$(1 + 0.015)^{22} \times 590 = 818.663$$

Esercizio 5

Calcolare il tasso effettivo equivalente al tasso nominale annuo $i_m = 10\%$ nel caso di capitalizzazione degli interessi

1. Mensile
2. Semestrale
3. Biennale

Soluzione

$$(1 + i_e) = (1 + \frac{i}{12})^{12}$$

$$(1 + i_e) = (1 + \frac{0.10}{12})^{12} \implies i_e = 10.42\%$$

$$(1 + i_e) = (1 + \frac{i}{2})^2$$

$$(1 + i_e) = (1 + \frac{0.10}{2})^2 \implies i_e = 10.25\%$$

$$(1 + i_e) = (1 + i \times 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$(1 + i_e) = (1 + 0.1 \times 2)^{\frac{1}{2}} \implies i_e = 9.54\%$$

Esercizio 6

Calcolare il tasso nominale equivalente al tasso effettivo annuo $i_e = 10\%$ nel caso di capitalizzazione degli interessi

1. Mensile
2. Semestrale
3. Biennale

Soluzione

$$(1 + i_e) = (1 + \frac{i}{12})^{12}$$

$$(1 + 0.10) = (1 + \frac{i}{12})^{12} \implies i_{12} = 9.56\%$$

$$(1 + i_e) = (1 + \frac{i}{2})^2$$

$$(1 + 0.10) = (1 + \frac{i}{2})^2 \implies i_2 = 9.76\%$$

$$(1 + i_e) = (1 + i \times 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$(1 + 0.10) = (1 + i \times 2)^{\frac{1}{2}} \implies i_{0.5} = 10.5\%$$

Esercizio 7

Quanto tempo occorre attendere che un capitale C depositato in un conto corrente triplichi se il conto paga interessi con tasso $r = 8\%$ secondo la legge

1. Degli interessi semplici
2. Degli interessi composti
3. Degli interessi composti con capitalizzazione degli interessi mensile

Soluzione

$$3C = C(1 + 0.08t) \implies t = 25$$

$$3C = C(1 + 0.08)^t \implies t = 14.2749$$

$$3C = C(1 + 0.08/12)^t \implies t = 13.778$$

Esercizio 8

Una banca paga interessi a un tasso nominale annuo $r_1 = 8.2\%$ con capitalizzazione mensile. Un'altra paga interessi a un tasso nominale annuo $r_2 = 8.6\%$ con semestrale. Dove vi conviene depositare i vostri soldi se li volete tenere investiti per due anni?

Soluzione

$$(1 + 0.082/12)^{24} \implies 1.17756$$

$$(1 + 0.086/2)^4 \implies 1.18342$$

Esercizio 9

Supponendo di aver investito un capitale C all'istante zero per 3 anni nel seguente modo

- Primo anno: tasso di interesse annuo del 7 %
- Secondo anno: tasso di interesse annuo nominale convertibile semestralmente del 4 %
- Terzo anno: tasso effettivo semestrale del 5 % Calcolare il tasso nominale annuo convertibile trimestralmente i_4 che avrebbe prodotto lo stesso montante finale.

Soluzione

- primo periodo: $C(1 + 0.07)$
- secondo periodo: $C(1 + 0.07)(1 + 0.02)^2$
- terzo periodo: $C(1 + 0.07)(1 + 0.02)^2(1 + 0.05)^2$

Il valore del montante nel terzo periodo $V = 1.22734C$.

Trovare i convertibile trimestralmente che produca lo stesso montante

$$1.22734C = C(1 + \frac{i}{4})^{12} \implies i_4 = 6.887\%$$

Esercizio 10

Calcolare il valore x che rende i due flussi $(1,0,2)/(0,1,2)$ e $(0,1,x)/(0,1,2)$ equivalenti rispetto ad un tasso $r=10\%$.

Soluzione

$$1 + \frac{2}{(1 + 0.1)^2} = \frac{1}{1 + 0.1} + \frac{x}{(1 + 0.1)^2}$$

Derivare $x = 2.11$