

# Prova scritta di Matematica Finanziaria e Matematica per le Applicazioni Economiche

Sessione Autunnale, II appello, 9-9-2019

Cognome.....Nome.....Matricola.....

MF ☐ MAE ☐ In cautelativa ☐ Crediti.....

La prova scritta sarà basata su esercizi che dipenderanno da 2 parametri  $a$  e  $b$ ;  $a$  varrà 1 se la propria matricola è dispari, 2 pari.;  $b$  invece indicherà il proprio quadrimestre di nascita.

Indicare di seguito i valori di

$$a = \dots, b = \dots$$

1. ( 6 p.ti )

Dato un BTP a 5 anni, che paga cedole semestrali al tasso nominale annuo del 8%, calcolare prezzo e duration di M. a  $b$  anni dalla scadenza al rendimento ( YTM ) del 10 %; effettuare il calcolo del prezzo e duration anche a  $6+b$  mesi dalla scadenza.

.

2. ( 6 p.ti )

Un mutuo , per un importo pari a 10000000€, viene stipulato con un rimborso, al tasso del 10%, mediante “a” rate annue e posticipate, con quote di capitale costanti; il mutuatario chiede ed ottiene, subito dopo la stipula, che gli interessi siano pagati anziché posticipatamente, anticipatamente al tasso del 9%. E' convenuto al mutuatario una tale modifica se il tasso prevalente di mercato è pari al 12%? Motivare la risposta.

3. ( 6 p.ti )

Sul mercato i prezzi siano definiti mediante struttura a termine dei tassi di interesse con tasso nominale  $s_t = \frac{\sqrt{t}}{10b}$  in capitalizzazione continua. Per poter disporre al tempo  $T=2$  di un capitale non inferiore a 1000€ , si costruisca un portafoglio immunizzato da variazioni “parallele” della curva dei tassi a pronti, acquistando ora quote di due tipi di titoli:

- a) uno ZCB a pronti, con scadenza 1 anni.
- b) uno ZCB a pronti, con scadenza 3 anni.

Entrambi gli ZCB abbiano valore facciale pari a 100€. Se è possibile realizzare tale portafoglio, determinarne il prezzo e le quote pagate per i due titoli a) e b).

4. ( 6 p.ti )

Nel mercato, che ammette vendite allo scoperto, sono presenti 3 titoli rischiosi con rendimenti non correlati. Noti i rendimenti medi e la matrice delle varianze/covarianze di questi 3 titoli, si considerino portafogli composti da quote dei tre titoli rischiosi e di un titolo non rischioso di rendimento  $\hat{r} = 0.08$ . Determinare le componenti dei due portafogli efficienti ( composti da questi 4 tipi di titoli ) di rendimento medio  $\bar{r}_\alpha = 2/25$  e  $\bar{r}_\beta = 31/275$  ed anche la deviazione standard dei loro rendimenti.

Dati:

$$\bar{r}_1 = 0.1, \bar{r}_2 = 0.12, \bar{r}_3 = 0.14, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 2, \sigma_3 = 3$$

*Individuare la risposta corretta nelle seguenti tre domande a risposta multipla. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punti, risposta non data 0 punti.*

- 5) La rendita perpetua di rata  $R=2$  ed il flusso di cassa  $B = \{-6, x/b, 10\}/\{0, 1, 2\}$  sono equivalenti al tasso del 10%. Determinare  $x$ .
- a)  $x=17.1572$
  - b)  $x=39.0182$
  - c)  $x=58.5273$
  - d) Nessuna delle precedenti.

- 
6. La legge di capitalizzazione continua a tasso nominale  $a \cdot r$  e la capitalizzazione semplice a tasso  $b \cdot i$  producono montanti eguali, a parità di capitale investito e di durata dell'investimento, se tra  $i$  ed  $r$  sussiste la relazione
- (a) :  $i = \frac{a \cdot r - 1}{b}$
  - (b) :  $i = b(e^{\frac{r}{a}} - 1)$
  - (c) :  $i = \frac{e^{ar} - 1}{b}$
  - (d) Nessuna delle precedenti.

- 
7. Il valore attuale di una rendita annua, perpetua, posticipata ed immediata, di rata  $R=100$ , nel regime della capitalizzazione semplice a tasso annuo pari al  $10 \cdot a\%$ , è pari a  $1000/a$

☐ Vero

☐ Falso

8. ( 2 p.ti ) Esporre l'enunciato ed argomentazioni di :  $b=1$  teor. dei due fondi;  $b=2$  Modello di Markowitz;  $b=3$  Valore attuale di rendita perpetua ( in capitalizzazione composta).