

# Politica Economica (Clemif)

## Esercitazione 1

TA: Francesca Diluiso

26 febbraio 2015

### Parte 1: Richiami di macroeconomia

- Modello reddito-spesa
- Modello IS-LM

### Modello reddito-spesa

E' un modello di breve periodo a prezzi fissi.

1.  $Y = E$  condizione di equilibrio (reddito nazionale=spesa aggregata)
2.  $E = C + I + G$  spesa aggregata
3.  $C = \bar{C} + c(Y - T + Tr)$  funzione di consumo
4.  $I = \bar{I}$  funzione di investimento (esogena)
5.  $G = \bar{G}$  spesa pubblica (esogena)
6.  $Tr = \bar{Tr}$  trasferimenti (esogeni)
7.  $T = \bar{T} + tY$   $0 < t < 1$  tasse

Risolvero il modello per ricavare il valore del prodotto di equilibrio:

Sostituisco 6. e 7. in 3. e ottengo il consumo in funzione del reddito:

$$8. C(Y) = (\bar{C} - c\bar{T} + c\bar{T}r) + c(1-t)Y$$

Sostituisco 8. 4. e 5. in 2. e ottengo:

$$E = (\bar{C} - c\bar{T} + c\bar{T}r) + c(1-t)Y + \bar{I} + \bar{G}$$

Da cui, per la condizione di equilibrio 1. :

$$Y^* = \frac{1}{1-c(1-t)} (\bar{C} - c\bar{T} + c\bar{T}r + \bar{I} + \bar{G})$$

$\Rightarrow Y^* = mA$ ;  $m = \frac{1}{1-c(1-t)}$  (moltiplicatore);  $A = (\bar{C} - c\bar{T} + c\bar{T}r + \bar{I} + \bar{G})$  (spesa autonoma).

Il sistema converge all'equilibrio per il principio della domanda effettiva:  $\frac{dY}{dt} = \beta(E - Y)$ ;  $\beta > 0$  ( $\beta$  è un parametro che indica la velocità di aggiustamento).

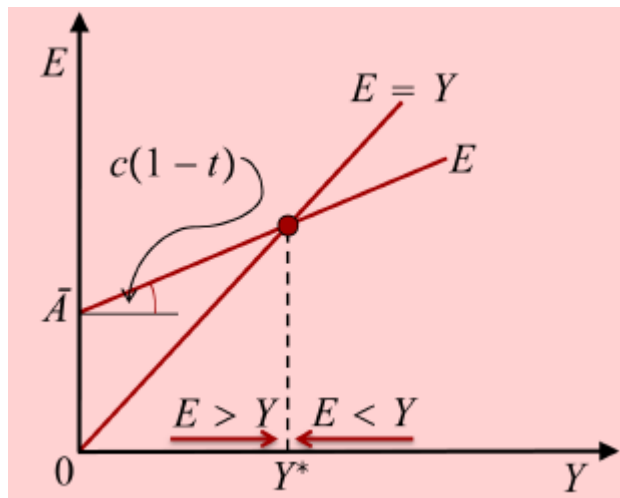


Grafico: G. Rodano, Lezioni di Macroeconomia, Carocci

Il moltiplicatore:

$$\frac{dY^*}{dA} = m \quad \Delta Y^* = m \Delta A; \quad m > 1 \Rightarrow \Delta Y > \Delta A \text{ perché?}$$

Ogni volta che le imprese aumentano la produzione ( $\Delta Y > 0$ ) distribuiscono reddito alle famiglie, reddito che viene in parte speso ( $\Delta C > 0$ ) andando ad alimentare la spesa aggregata e perciò, di nuovo, la produzione.

## Modello IS-LM

MERCATO DEI BENI:

$I = I(r)$   $r$  = tasso di interesse di mercato

$$I = \bar{I} - br$$

$$Y = \frac{1}{1-c(1-t)} [(\bar{C} - c\bar{T} + c\bar{T}r) + I(r) + \bar{G}] \Rightarrow Y = m(\bar{A} - br) \text{ SCHEDA IS}$$

La scheda IS è una condizione di equilibrio: ci fornisce tutte le combinazioni di prodotto nazionale  $Y$  e tasso di interesse  $r$  per cui c'è uguaglianza tra prodotto nazionale e spesa aggregata.

MERCATO DELLA MONETA:

La Banca centrale controlla l'offerta di moneta, che assumo quindi esogena:

$M^s = \bar{M}$  (l'offerta di moneta è uno strumento di politica monetaria!!)

La domanda di moneta ha tre componenti principali:

- domanda di moneta per transazioni  $L_t = L_+(Y)$
- domanda di moneta precauzionale  $L_p = L_+(Y, r_-)$
- domanda di moneta speculativa  $L_s = L_+(P_b)$   $P_b$  = prezzo dei titoli  $\Rightarrow L_s = L_-(r)$

Diamo una specificazione lineare (per semplicità) alla funzione di domanda di moneta:

$$L = kY - hr$$

Per la condizione di equilibrio nel mercato della moneta si avrà:

$$M = L \Rightarrow \bar{M} = kY - hr \text{ SCHEDA LM}$$

La scheda LM esprime l'equilibrio nel mercato della moneta. Identifica tutte le combinazioni di  $Y$  e  $r$  che realizzano tale equilibrio.

$$r = \frac{k}{h}Y - \frac{1}{h}\bar{M}$$

La scheda LM è crescente. A un livello più alto del prodotto  $Y$  è associato un livello più alto di  $r$ . Se  $Y \uparrow$ , aumenta la domanda per transazioni ( $kY$ ). Poiché  $M$  è esogeno la parte restante della domanda di moneta deve diminuire ( $r \downarrow$ ).

Il modello IS-LM identifica l'equilibrio macroeconomico, cioè quella combinazione di  $Y$  e  $r$  che assicura al tempo stesso l'equilibrio nel mercato dei beni ( $Y = E$ ) e in quello della moneta ( $L = M$ ). (n.b. Per la legge di Walras anche il mercato dei titoli sarà in equilibrio).

Per trovare il punto di equilibrio devo risolvere un sistema di due equazioni in due incognite (Y e r):

$$1. Y = m(\bar{A} - br)$$

$$2. \bar{M} = kY - hr$$

Ricavo r dalla LM, lo sostituisco nella IS e risolvo per Y:

$$Y^* = m_1 \bar{A} + m_2 \bar{M}$$

$m_1 = \frac{1}{1-c(1-t)+\frac{bk}{h}} < m$ ;  $m_1$  è il moltiplicatore della spesa autonoma. E' minore del moltiplicatore del modello reddito spesa per il fenomeno della retroazione monetaria.

$m_2 = \frac{b}{h} m_1$ ;  $m_2$  è il moltiplicatore dell'offerta di moneta

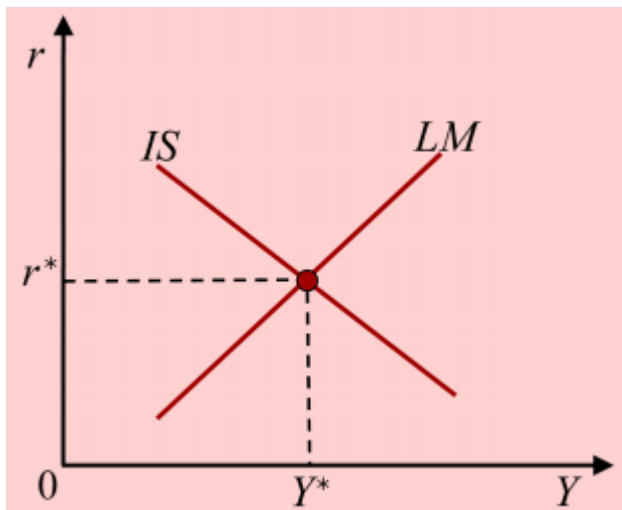


Grafico: G. Rodano, Lezioni di Macroeconomia, Carocci

POLITICA FISCALE: manovra  $G$ ,  $Tr$ ,  $\bar{T}$ ,  $t$

POLITICA MONETARIA: manovra  $\bar{M}$

## Parte 2: Il teorema di Tinbergen

Affinché un modello statico (= in cui non considero la dimensione temporale) e deterministico (=non ho variabili stocastiche) di politica economica con obiettivi fissi abbia soluzione, è necessario che il numero degli strumenti sia almeno pari al numero delle variabili assunte come obiettivi.

In base al numero degli strumenti e a quello degli obiettivi possono verificarsi diverse situazioni.

Siano  $n$ =numero di strumenti e  $m$ =numero di obiettivi:

$n > m \Rightarrow$  sistema sottodeterminato (molteplici soluzioni)

$n = m \Rightarrow$  sistema determinato (unica soluzione)

$n < m \Rightarrow$  sistema sovradeterminato (nessuna soluzione)

Nel caso più semplice si avranno due obiettivi ( $T_1$  e  $T_2$ ) e due strumenti ( $I_1$  e  $I_2$ ):

$$T_1 = a_1 I_1 + a_2 I_2$$

$$T_2 = b_1 I_1 + b_2 I_2$$

I policy-makers possono conseguire i valori desiderati delle variabili obiettivo solamente se possono utilizzare entrambi gli strumenti e solamente se gli effetti esercitati dagli strumenti sugli obiettivi sono tra loro linearmente indipendenti.

### Esercizio 1

Si consideri un'economia nella quale le autorità di politica economica desiderino accrescere il livello della produzione senza tuttavia aumentare il tasso di inflazione. Si assuma inoltre che gli effetti esercitati dagli strumenti di politica economica sugli obiettivi in termini di deviazioni rispetto ai valori iniziali possano essere rappresentati nel seguente modo:

$$\Delta Q = 1,3\Delta G + 0,3\Delta M$$

$$\Delta P = 0,15\Delta G + 0,1\Delta M$$

dove  $P$  rappresenta il tasso di inflazione e  $\Delta Q, \Delta G$  e  $\Delta M$  sono espressi come percentuali di  $Q$ .

**punto a) Determinare se la politica fiscale e quella monetaria rappresentano due strumenti tra loro linearmente indipendenti.**

Dipendenza lineare: un'equazione è combinazione lineare dell'altra.

Matematicamente: se due strumenti sono linearmente dipendenti, il determinante della matrice dei coefficienti è uguale a zero. Verifichiamolo:

$$\det(A) \begin{vmatrix} 1,3 & 0,3 \\ 0,15 & 0,1 \end{vmatrix} = (1,3 * 0,1) - (0,3 * 0,15) = 0,13 - 0,045 = 0,085$$

$\det(A) \neq 0 \Rightarrow$  gli strumenti sono linearmente indipendenti

Considerazioni:

Da un punto di vista economico l'indipendenza garantisce che l'impatto degli strumenti sull'economia sia massimo. E' possibile conseguire entrambi gli obiettivi. Se il determinante della matrice A fosse stato uguale a zero gli strumenti sarebbero stati linearmente dipendenti e quindi avremo avuto 1 strumento per 2 obiettivi. Non sarebbe stato possibile conseguire allo stesso tempo i due obiettivi.

Per le matrici 2x2 l'indipendenza degli strumenti può essere verificata anche controllando che:

$$(a_1 * b_2) - (b_1 * a_2) \neq 0 \Rightarrow \frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$$

**punto b) Determinare l'impatto di ogni strumento sugli obiettivi calcolando le rispettive equazioni.**

Avendo verificato al punto a che il sistema é determinato, posso applicare il teorema di Cramer per la soluzione di sistemi di equazioni lineari.

Teorema di Cramer:

$Ax = c$ ; A=matrice dei coefficienti; x=incognite; c=termini noti

La soluzione sarà data da:  $x_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)}$ ;  $A_i$ = matrice ottenuta da A sostituendo la colonna i-esima con il vettore c dei termini noti

Nel nostro caso i valori degli obiettivi saranno noti, quelli degli strumenti saranno incogniti.

$$\Delta G = \frac{\det \begin{vmatrix} \Delta Q^* & a_2 \\ \Delta P^* & b_2 \end{vmatrix}}{\det \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\det \begin{vmatrix} \Delta Q^* & 0,3 \\ \Delta P^* & 0,1 \end{vmatrix}}{0,085} = \frac{0,1}{0,085} \Delta Q^* - \frac{0,3}{0,085} \Delta P^*$$

$$\Delta M = \frac{\det \begin{vmatrix} a_1 & \Delta Q^* \\ b_1 & \Delta P^* \end{vmatrix}}{\det \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\det \begin{vmatrix} 1,3 & \Delta Q^* \\ 0,15 & \Delta P^* \end{vmatrix}}{0,085} = \frac{1,3}{0,085} \Delta P^* - \frac{0,15}{0,085} \Delta Q^*$$

**punto c) Determinare quale combinazione di politica economica consentirebbe un incremento dello 0,02 del livello della produzione senza stimolare l'aumento dell'inflazione**

$$\Delta Q = 0,02$$

$$\Delta P = 0$$

Sostituisco nelle equazioni trovate al punto precedente i due valori :

$$\Delta G = \frac{0,1}{0,085} 0,02 - \frac{0,3}{0,085} 0 = 0,023 \text{ (politica fiscale espansiva)}$$

$$\Delta M = \frac{1,3}{0,085} 0 - \frac{0,15}{0,085} 0,02 = -0,035 \text{ (politica monetaria restrittiva)}$$

Quando una politica fiscale di tipo espansivo di un ammontare pari al 2,3% è associata ad una politica monetaria pari a -3,5%, la produzione aumenta del 2% e l'inflazione rimane immutata.

**punto d) Ipotizzando che  $\Delta P = 2\Delta Q$ , determinare se esiste una combinazione di politica economica che consente di conseguire gli obiettivi enunciati al punto c e perché**

$$\Delta P = 2\Delta Q$$

Sostituisco  $\Delta Q = 1,3\Delta G + 0,3\Delta M$  nell'equazione precedente:

$$\Delta P = 2[1,3\Delta G + 0,3\Delta M]$$

$$\Delta P = 2,6\Delta G + 0,6\Delta M$$

Otengo quindi un nuovo sistema di equazioni:

$$\Delta Q = 1,3\Delta G + 0,3\Delta M$$

$$\Delta P = 2,6\Delta G + 0,6\Delta M$$

Verifico l'indipendenza lineare degli strumenti:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1,3 & 0,3 \\ 2,6 & 0,6 \end{vmatrix} = 0,78 - 0,78 = 0$$

$\det(A) = 0$  Gli strumenti sono linearmente dipendenti e quindi non posso conseguire entrambi gli obiettivi.

## **Esercizio 2**

In alcuni paesi la Banca Centrale (BC) è indipendente dal governo. Si consideri una situazione in cui il governo desidera ridurre il tasso di inflazione senza modificare il livello della produzione. La BC ha definito la sua politica monetaria e non è possibile modificarla.

**punto a) Determinare se é possibile per il governo raggiungere i propri obiettivi utilizzando esclusivamente la politica fiscale e perché**

Il governo si trova a fronteggiare un  $\Delta M$  pari a zero e può manovrare solo su  $\Delta G$ . Costruisco un sistema lineare formato da due obiettivi e due strumenti:

$$\Delta Q = a_1 \Delta G + a_2 \Delta M$$

$$\Delta P = b_1 \Delta G + b_2 \Delta M$$

Sapendo che  $\Delta M = 0$  il mio sistema diventa:

$$\Delta Q = a_1 \Delta G$$

$$\Delta P = b_1 \Delta G$$

Risolvo entrambe le equazioni per  $\Delta G$  e le eguaglio:

$$\frac{\Delta Q}{a_1} = \frac{\Delta P}{b_1} \Rightarrow \Delta Q = \frac{a_1}{b_1} \Delta P$$

Non é possibile con un solo strumento raggiungere i due obiettivi:  $\Delta Q \uparrow \rightarrow \Delta P \uparrow$ .

I due obiettivi sono direttamente proporzionali.

**punto b)**

Assumendo che per questa economia gli effetti esercitati dagli strumenti sugli obiettivi possano essere rappresentati dal seguente modello  $\Delta P = 0,1\Delta G + 0,1\Delta M$   $\Delta Q = \Delta G + 0,2\Delta M$  e che la funzione di perdita sociale sia data da:  $L = (\Delta Q - \Delta Q^*)^2 + (\Delta P - \Delta P^*)^2$  e assumendo che la BC non modifichi la propria politica monetaria, determinare quale politica fiscale dovrebbe attuare il governo nel caso in cui si proponesse di ridurre il tasso di inflazione dello 0,02 senza tuttavia modificare in alcun modo il livello della produzione e quale valore assumerebbe in questo caso la funzione di perdita.

obiettivi:  $\Delta Q^* = 0$ ;  $\Delta P^* = -0,02$

Quando il numero degli strumenti é insufficiente, i policy-makers si trovano di fronte a un trade-off tra differenti obiettivi. La funzione di perdita sociale incorpora questo trade-off ed esplicita i costi che la società subisce nel momento in cui le variabili obiettivo si scostano dai loro livelli ottimali. Generalmente la funzione di perdita sociale é assunta quadratica: più ci si discosta dai livelli ottimali più i costi per la società crescono.

Minimizzo la funzione di perdita:

$$\min L = (\Delta Q - \Delta Q^*)^2 + (\Delta P - \Delta P^*)^2$$

$$\text{s.t. } \Delta Q = \frac{a_1}{b_1} \Delta P$$

(“subject to”, é una sigla che introduce i vincoli nei problemi di ottimizzazione)

Sostituisco il vincolo nella funzione obiettivo e derivo per  $\Delta P$ :

$$\min L = \left(\frac{1}{0,1} - \Delta P\right)^2 + (\Delta P + 0,02)^2 = 100\Delta P^2 + \Delta P^2 + 0,0004 + 0,04\Delta P$$

$$\frac{dL}{d\Delta P} = 0 = 200\Delta P + 2\Delta P + 0,04$$

$$202\Delta P = -0,04$$

$$\Delta P = -\frac{0,04}{202} = -0,000198$$

Sostituisco il valore appena trovato di  $\Delta P$  nell'equazione per  $\Delta Q$ :

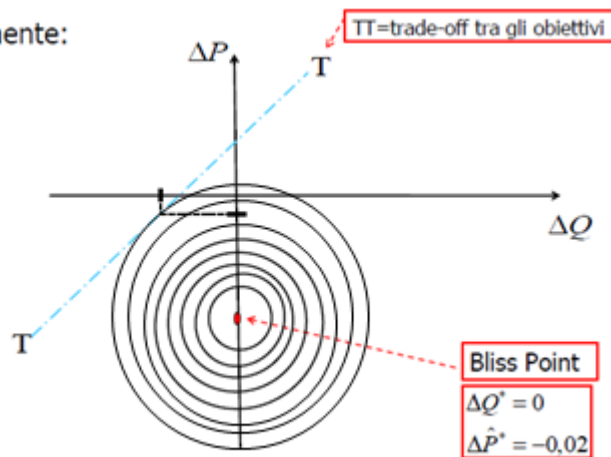
$$\Delta Q = \frac{1}{0,1}\Delta P = -0,000198/0,1 = -0,001980$$

In questo caso una riduzione del tasso di inflazione può essere ottenuta soltanto al prezzo di una diminuzione della produzione.

La funzione di perdita sociale è data da:

$$L = (\Delta Q - \Delta Q^*)^2 + (\Delta P - \Delta P^*)^2 = (-0,001980 - 0)^2 + (-0,000198 + 0,02)^2 = 0,0004$$

Graficamente:



Le curve di indifferenza della funzione di perdita sociale sono circonferenze concentriche. (n.b. Equazione della circonferenza:  $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$ ). Il centro è rappresentato dal bliss point (livelli ottimali delle variabili obiettivo). Il punto di ottimo è rappresentato dal punto di tangenza tra il vincolo TT e la curva di indifferenza più vicina al bliss point.

**punto c) Assumendo che ora la BC decida di cooperare con il governo, quale sarebbe la politica economica ottimale e quale il valore assunto dalla funzione di perdita?**

$\Delta M \neq 0$  Ho due strumenti per due obiettivi!

$$\Delta Q = \Delta G + 0,2\Delta M$$

$$\Delta P = 0,1\Delta G + 0,1\Delta M$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 \end{vmatrix} = (1 * 0,1) - (0,2 * 0,1) = 0,1 - 0,02 = 0,08.$$

$\det(A) \neq 0$  Gli strumenti sono linearmente indipendenti

$$\Delta G = \frac{\det \begin{vmatrix} \Delta Q^* & a_2 \\ \Delta P^* & b_2 \end{vmatrix}}{\det \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\det \begin{vmatrix} \Delta Q^* & 0,2 \\ \Delta P^* & 0,1 \end{vmatrix}}{0,08} = \frac{0,1}{0,08} \Delta Q^* - \frac{0,2}{0,08} \Delta P^* = \frac{0 - 0,2 * (-0,02)}{0,08} =$$

0,05

$$\Delta M = \frac{\det \begin{vmatrix} a_1 & \Delta Q^* \\ b_1 & \Delta P^* \end{vmatrix}}{\det \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{\det \begin{vmatrix} 1 & \Delta Q^* \\ 0,1 & \Delta P^* \end{vmatrix}}{0,08} = \frac{1}{0,08} \Delta P^* - \frac{0,1}{0,08} \Delta Q^* = \frac{-0,02 - 0}{0,08} =$$

-0,25

Controlliamo che i valori delle variabili obiettivo siano quelli desiderati:

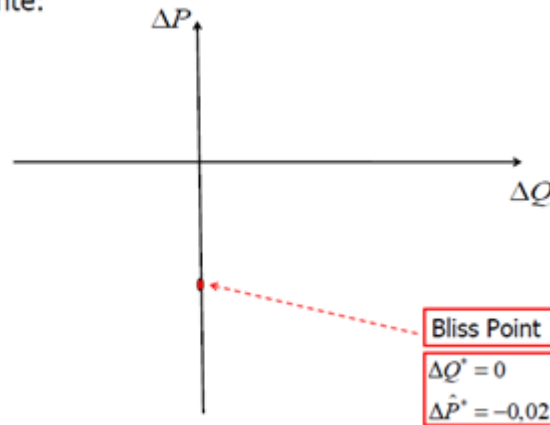
$$\Delta Q^* = 0,05 + 0,2 * (-0,25) = 0$$

$$\Delta P^* = 0,1 * (0,05) + 0,1 * (-0,25) = -0,02$$

Verifichiamo anche che in questo caso non ho perdita sociale:

$$L = (0 - 0)^2 + (-0,02 + 0,02)^2 = 0$$

Graficamente:



### Esercizio 3

Si consideri un'economia nella quale il livello di produzione è al suo livello potenziale e il tasso di inflazione si attesta al 3% annuo. La struttura dell'economia e gli effetti esercitati dagli strumenti di politica economica sugli obiettivi in

termini di deviazioni rispetto ai valori iniziali possono essere rappresentati nel modo seguente:

$$\Delta Q = 1,1\Delta G + 0,7\Delta M$$

$$\Delta P = 0,35\Delta G + 0,6\Delta M$$

**punto a) Determinare se la politica fiscale e quella monetaria rappresentano due strumenti tra loro linearmente indipendenti**

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1,1 & 0,7 \\ 0,35 & 0,6 \end{vmatrix} = 0,66 - 0,245 = 0,415$$

$$\text{in alternativa: } \frac{1,1}{0,35} = 3,14 \neq \frac{0,7}{0,6} = 1,16$$

**punto b) Determinare l'impatto che ogni strumento ha sugli obiettivi di politica economica**

$$\Delta G = \frac{\det \begin{vmatrix} \Delta Q^* & 0,7 \\ \Delta P^* & 0,6 \end{vmatrix}}{0,415} = \frac{0,6}{0,415} \Delta Q^* - \frac{0,7}{0,415} \Delta P^*$$

$$\Delta M = \frac{\det \begin{vmatrix} 1,1 & \Delta Q^* \\ 0,35 & \Delta P^* \end{vmatrix}}{0,415} = \frac{1,1}{0,415} \Delta P^* - \frac{0,35}{0,415} \Delta Q^*$$

**punto c) Quale combinazione di politica economica consentirebbe una diminuzione dell'inflazione dello 0,03% senza modificare il valore della produzione?**

$$\Delta Q^* = 0$$

$$\Delta P^* = -0,03$$

$$\Delta G = \frac{0,6}{0,415} * 0 - \frac{0,7}{0,415} * (-0,03) = 0,050 \text{ (politica fiscale espansiva)}$$

$$\Delta M = \frac{1,1}{0,415} * (-0,03) - \frac{0,35}{0,415} * 0 = -0,079 \text{ (politica monetaria restrittiva)}$$