Soluzioni Esercizi # 3

Esercizio 1

Per determianre l'equilibrio del gioco, individuiamo le funzioni di reazione di ciascun'impresa:

Funzione dei profitti

$$\pi_1(q_1, q_2) = (40 - 2q_1 - 2q_2 - 4)\, q_1 - 5$$

FOC:

$$\frac{\partial \pi_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} = 36 - 2q_2 - 4q_1 = 0$$

ponendo $q_1 = q_2 = q$, otteniamo

$$36 - 6q = 0 \rightarrow q = 6$$

L'equilibrio di Nash è $(6, 6)$.

In corrispondenza di questo equilirbio si ottiene:

$$Q^* = 12$$

$$p^* = 40 - 24 = 16$$

Ciascun'impresa ottiene profitti pari a:

$$\pi^* = (16 - 4)\, 6 - 5 = 67$$

Se le imprese massimizzano i profitti congiunti, massimizzano la funzione

$$\pi^m(Q) = (40 - 2Q - 4)\, Q - 10$$

La FOC è

$$\frac{\partial \pi^m(Q)}{\partial Q} = 36 - 4Q = 0 -> Q = 9$$

Le imprese producono ciascuna $\frac{9}{2}$ unità , il prezzo di equilibrio è $p^m = 40 - 18 = 22$ e ottengono profitti pari a

$$\pi^m = (22 - 4)\, \frac{9}{2} - 5 = 76$$

Per l'impresa 1 la risposta ottima è implictamente data da

$$36 - 2q_2 - 4q_1 = 0$$

dunque se l'impresa 2 produce $\frac{9}{2}$ unità l'impresa 2 può deviare producendo

$$36 - 9 - 4q_1 = 0 -> q_1 = \frac{27}{4}$$

, Solution is: $\frac{27}{4}$

In corrispondenza di questa deviazione il prezzo di equilibrio diventa:

$$p^d = 40 - 2\left(\frac{27}{4} + \frac{9}{2}\right) = \frac{35}{2}$$

L'impresa che devia ottiene profitti pari a

$$\pi^d = \left(\frac{35}{2} - 4\right)\frac{27}{4} - 5 = \frac{689}{8} = 86.125$$

L'equilibrio collusivo se il fattore di sconto è superiore al valore critico dato da

$$\delta^* = \frac{\pi^d - \pi^m}{\pi^d - \pi^*} = \frac{\frac{689}{8} - 76}{\frac{689}{8} - 67} = \frac{9}{17} = 0.529\,41$$

Lo stesso vale per l'impresa 2.

Esercizio 2

Se le due imprese fossero in monopolio le loro funzioni di profitto sarebbero

$$\pi_A(p_A) = (p_A - 6)(100 - 2p_A)$$

$$\pi_B(p_B) = (p_B - 10)(100 - 2p_B)$$

I prezzi di monopolio che le imprese A e B applicherebbero si ottengono attraverso la soluzione delle FOC che sono:

$$\frac{\partial \pi_A(p_A)}{\partial p_A} = 112 - 4p_A = 0- > p_A^m = 28$$

$$\frac{\partial \pi_B(p_B)}{\partial p_B} = 120 - 4p_B = 0- > p_B^m = 30$$

Se le due imprese competono alla Bertrand l'impresa più efficiente, (impresa A) fissa un prezzo leggermente inferiore all'impresa concorrente e serve l'intero mercato. L'impresa A dunque fissa un prezzo prossimo a $p_A^c = 10$, le quantità di equilibrio sono $Q^c = 100 - 2(10) = 80$ e l'impresa A ottiene profitti pari a

$$\pi^c = (10 - 6)\,80 = 320$$

mentre l'impresa B ottiene profitti nulli.

Equilibrio collusivo: entrambe le imprese fissano il prezzo pari a quello del monopolista meno efficiente, si dividono il mercato in pari uguali e ottengono profitti pari a

$$\pi_A^{\text{col}} = (30 - 6)\frac{(100 - 2(30)))}{2} = 480$$

$$\pi_B^{\text{col}} = (30-10)\,\frac{(100-2\,(30)))}{2} = 400$$

Entrambe le imprese possono deviare fissando un prezzo leggermente inferiore a 30, in questo modo ottengono profitti pari a

$$\pi_A^d = (30-6)\,(100-2\,(30))) = 960$$

$$\pi_B^d = (30-10)\,(100-2\,(30))) = 800$$

L'equilibrio collusivo è sostenibile se

$$\delta_A \geq \delta_A^* = \frac{\pi_A^d - \pi_A^{\text{col}}}{\pi_A^d - \pi_A^c} = \frac{960-480}{960-320} = \frac{3}{4}$$

$$\delta_B \geq \delta_B^* = \frac{\pi_B^d - \pi_B^{\text{col}}}{\pi_B^d - \pi_B^c} = \frac{800-400}{800-0} = \frac{1}{2}$$

L'impresa A ha un incentivo a deviare maggiore.

Se le imprese sono simmetriche (entrambe costi marginali pari a 6), l'equilibrio collusivo (in cui entrambe fissano un prezzo di monopolio pari a 28) determina profitti pari a

$$\pi_A^{\text{col}} = \pi_B^{\text{col}} = (28-6)\,\frac{(100-2\,(28)))}{2} = 484$$

e profitti di deviazione pari a

$$\pi_A^d = \pi_B^d = (28-6)\,(100-2\,(28))) = 968$$

Dunque l'equilibrio collusivo è sostenibile se

$$\delta_A, \delta_B \geq \delta^* = \frac{\pi_i^d - \pi_i^{\text{col}}}{\pi_i^d - \pi_i^c} = \frac{968-484}{968-0} = \frac{1}{2}$$

La collusione è più probabile se aumenta la simmetria tra le due imprese.