

# CAPITOLO 7

## La teoria delle scelte collettive

## La teoria delle scelte collettive

- Nelle passate lezioni, abbiamo introdotto il concetto di Funzione del Benessere Sociale, dicendo che
  - la FBS è una rappresentazione delle preferenze della società sulla distribuzione delle utilità tra Adamo ed Eva.

$$W = F(U_{Adamo}, U_{Eva})$$

- Le diverse forme funzionali della FBS riflettono preferenze alternative che la società può avere nei confronti dei diversi individui che la compongono.
- Possiamo dire anche di più:
  - la FBS consente di scegliere fra proposte alternative (ad es. sulla quantità di un particolare bene pubblico  $G$ ).

$$W = F(U_{Adamo}(G, X_{Adamo}), U_{Eva}(G, X_{Eva}))$$

- Quando
  - se  $F(U_1(G, X_1), U_2(G, X_2)) > F(U_1(G', X'_1), U_2(G', X'_2))$ , allora  $G$  deve essere preferito a  $G'$

## La teoria delle scelte collettive - 2

- Ma è sempre effettivamente possibile pervenire alla definizione di una FBS che
  - sia in grado di ordinare le diverse alternative sociali e, al contempo
  - rispetti una serie di principi etici di carattere generale tipici di una collettività democratica ?
- No! Teorema dell'impossibilità di Arrow
- Questo teorema si applica ai meccanismi che dalle preferenze degli individui derivano un sistema di preferenze della collettività.
- Detto diversamente, si applica ai meccanismi che dagli ordinamenti di preferenza dei diversi individui rispetto alle diverse alternative, derivano un UNICO ordinamento di preferenza della collettività.

## Teorema dell'impossibilità di Arrow

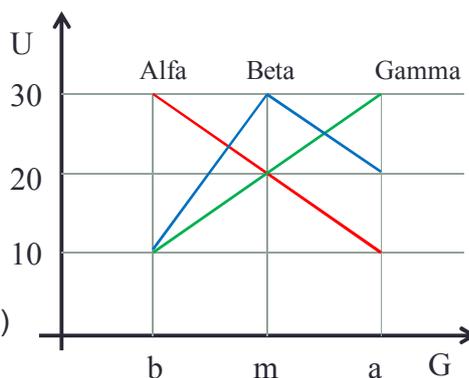
- Il Teorema dell'impossibilità di Arrow dice che  
**non esiste una regola che consenta SEMPRE di aggregare le preferenze individuali in una FBS**  
e che al contempo  
**rispetti una serie di assiomi ritenuti generalmente desiderabili:**
  - principio di Pareto: se tutti gli individui preferiscono  $x$  a  $y$  anche a livello sociale vale la stessa preferenza
  - non dittatorialità: le preferenze sociali non devono necessariamente coincidere con quelle di un unico individuo
  - indipendenza dalle alternative irrilevanti: le preferenze sociali per una coppia di alternative dipendono dalle preferenze che gli individui esprimono esclusivamente su quella coppia
  - dominio non ristretto: le preferenze sociali sono definite a partire da qualsiasi preferenza individuale
  - universalità: deve essere in grado di stabilire le preferenze sociali tra tutti le alternative possibili.

## Teorema dell'impossibilità di Arrow

- Faremo ora un esempio del risultato che è descritto dal teorema dell'impossibilità di Arrow
- Utilizziamo come mezzo di aggregazione delle preferenze individuali il *voto a maggioranza su coppie di alternative*
- **E' solo un esempio !!!** avremmo potuto mostrare il Teorema dell'impossibilità di Arrow usando **OGNI** altro possibile metodo di aggregazione delle preferenze individuali.
- Nel nostro caso, il risultato negativo del teorema dell'impossibilità di Arrow si manifesta nel cosiddetto paradosso di ciclicità del voto (*paradosso di Condorcet*)

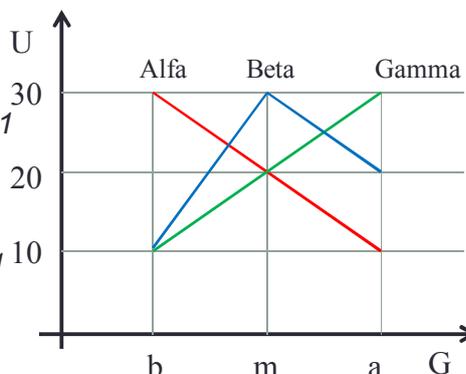
## Il voto a maggioranza

- Supponiamo 3 individui, con preferenze su diverse alternative (ad es. livelli di bene pubblico) illustrate nel grafico
- Per l'individuo Alfa (rosso),  
 $U(b) > U(m) > U(a)$
- Per l'individuo Beta (blu),  
 $U(m) > U(a) > U(b)$
- Per l'individuo Gamma (verde)  
 $U(a) > U(m) > U(b)$
- Supponiamo di mettere a votazione le coppie di diversi livelli di bene pubblico



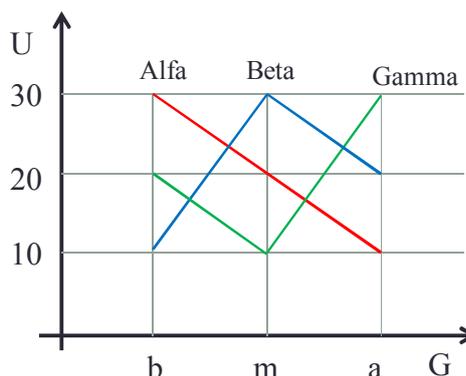
## Il voto a maggioranza

- Nella votazione fra «b» e «m»:
    - Alfa vota «b»
    - Beta e Gamma votano «m»
      - «m» vince su «b» 2 voti a 1
  - Nella votazione fra «b» e «a»:
    - Alfa vota «b»
    - Beta e Gamma votano «a»
      - «a» vince su «b» 2 voti a 1
  - Nella votazione fra «m» e «a»:
    - Alfa e Beta votano «m»
    - Gamma vota «a»
      - «m» vince su «a» 2 voti a 1
- «m» è sempre preferito a tutte le alternative, mentre fra «b» ed «a», è preferito «a»
- **Esiste un ordinamento coerente delle preferenze collettive: Arrow ha sbagliato??**



## Il voto a maggioranza

- Le preferenze di Gamma sono cambiate
  - Per l'individuo Gamma  $U(a) > U(b) > U(m)$
  - Nella votazione fra «b» e «m»:
    - Alfa e Gamma votano «b»
    - Beta vota «m»
      - «b» vince su «m» 2 voti a 1
  - Nella votazione fra «b» e «a»:
    - Alfa vota «b»
    - Beta e Gamma votano «a»
      - «a» vince su «b» 2 voti a 1
  - Nella votazione fra «m» e «a»:
    - Alfa e Beta votano «m»
    - Gamma vota «a»
      - «m» vince su «a» 2 voti a 1
- Ogni livello di spesa pubblica vince il confronto con uno ma perde con l'altro: **ciclicità del voto**
- **NON esiste un ordinamento coerente delle preferenze collettive**



## Il voto a maggioranza

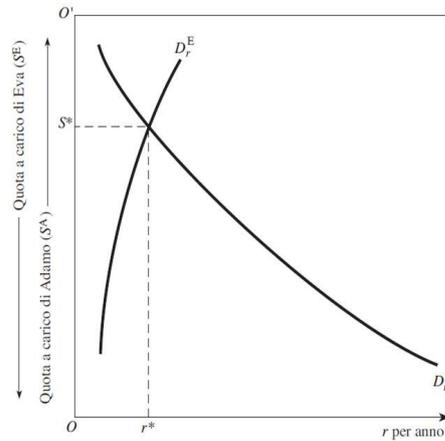
- Il teorema di impossibilità di Arrow getta una capacità del processo decisionale politico di rappresentare le preferenze degli individui della collettività
- Esistono strumenti che funzionano meglio di altri (**teoria delle scelte collettive**):
  - Voto all'unanimità
  - Maggioranze relative
  - Voto a maggioranza su coppie di alternative con eliminazione dell'alternativa sconfitta
  - Limiti all'ammissibilità delle preferenze individuali (no assioma dominio illimitato delle preferenze)
  - Altri....

## Voto all'unanimità

- Il voto all'unanimità certamente rispetta il principio paretiano
- Ma con il voto all'unanimità non si arriva sempre ad un ordinamento delle alternative, in quanto c'è spesso almeno un votante danneggiato che pone il veto
- Necessario quindi adottare meccanismi che prevedono maggioranze relative
- Ogni specifico livello di maggioranza comporta:
  - *Costi interni*: in termini di tempo e sforzi per arrivare ad un consenso (costi che sono crescenti via via che ci avviciniamo all'unanimità)
  - *Costi esterni*: in termini di rischio che venga assunta una decisione contraria alle nostre preferenze (costi che sono decrescenti via via che ci avviciniamo all'unanimità)

## Il modello di Lindhal

- Tramite il voto all'unanimità è possibile decidere la quantità di bene pubblico
- Nel grafico
  - Asse X: quantità di bene pubblico
  - Asse Y: da 0 verso l'alto, quota di bene pubblico a carico di A  $\rightarrow S_A$
  - Asse Y: da 0' verso il basso, quota di bene pubblico a carico di E  $\rightarrow S_E$
  - D
  - La combinazione di quote di finanziamento (prezzi-imposta)  $\{S_A, S_E\}$  viene posta ai voti
    - Se votata all'unanimità, viene approvata
    - Se non votata all'unanimità, si propone una nuova combinazione di prezzi-imposta



- La quantità di bene pubblico votata è necessariamente quella Pareto efficiente

## Il modello di Lindhal - 2

- Un risultato positivo o negativo? Ci dice
  - come è possibile usare la democrazia diretta per prendere decisioni sul comportamento dell'autorità pubblica
  - o piuttosto ci dice quanto irrealisticamente restrittive sono le condizioni per utilizzare questi meccanismi a fini di decisione?
- Hp fondamentale per l'ottenimento del risultato è che
 

*le combinazioni di quantità di bene pubblico e prezzi imposta proposte al voto in successione siano fra loro indipendenti*
- In caso alternativo, il mio voto di oggi fornisce informazioni sulla mia disponibilità a pagare per il bene pubblico
- Possono esserci incentivi a manipolare strategicamente il voto per fornire informazioni «sbagliate» sulla propria disponibilità e indurre gli altri soggetti a sostenere maggiori quote di spesa
- In assenza di tale legame, le combinazioni proposte al voto sono infinite ed il voto all'unanimità può risultare un sistema molto lungo e costoso
- Inoltre, necessarie preferenze di tipo «regolare»

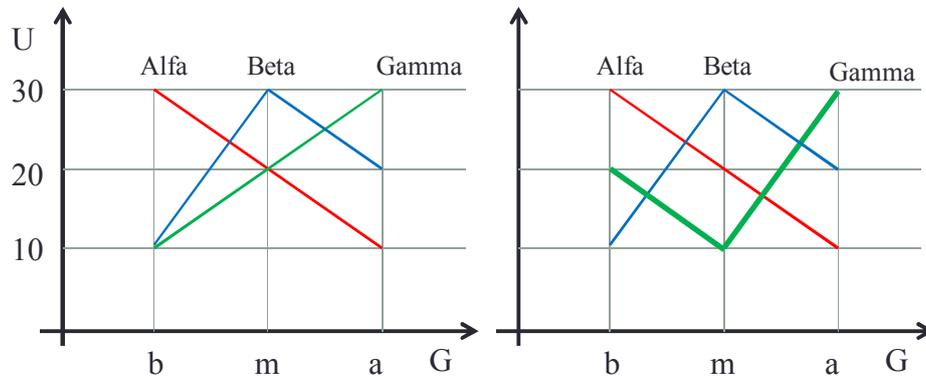
## Voto a maggioranza su coppie di alternative con eliminazione dell'alternativa sconfitta

- Ricordate gli esiti delle votazioni nel caso di ciclicità ?
  - Nella votazione fra «b» e «m», vince «b» 2 voti a 1
  - Nella votazione fra «b» e «a», vince «a» 2 voti a 1
  - Nella votazione fra «m» e «a», vince «m» 2 voti a 1
- Mettiamo ai voti prima una coppia di alternative e poi la vincente con quella rimasta: **ma in quale ordine ???**
  - «b» vs «m», vince «b»; quindi, «b» vs «a», vince «a»
  - «b» vs «a», vince «a»; quindi, «a» vs «m», vince «m»
  - «m» vs «a», vince «m»; quindi, «m» vs «b», vince «b»
- Risultato definito, ma che dipende dall'ordine di votazione: il **potere di agenda**

## La natura delle preferenze individuali

- Ci possiamo chiedere se l'introduzione di una qualche limitazione sulla natura delle preferenze individuali non consenta di superare il risultato negativo di Arrow
- Ritorniamo all'esempio di ciclicità del voto e concentriamoci sulla rappresentazione grafica delle preferenze
- Supponiamo di poter ordinare le alternative rispetto a qualche criterio (es ammontare della spesa pubblica preferita)
- Distinguiamo tra:
  - **Profili unimodali** (a picco singolo): sempre crescenti o sempre decrescenti o crescenti fino a un massimo e poi decrescenti
  - **Profili bimodali** (a doppio picco): prima decrescenti e poi crescenti

## Il voto a maggioranza



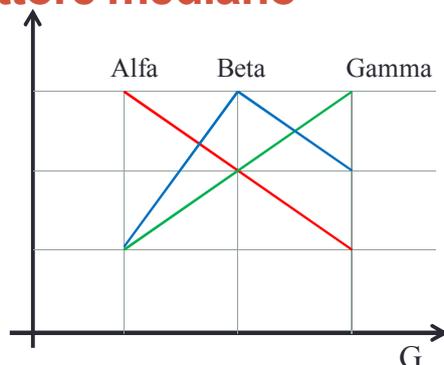
- Nel pannello di sinistra, tutte le preferenze sono **unimodali**:  
NON avevamo la ciclicità del risultato della votazione
- Nel pannello di destra, le preferenze di Gamma sono **bimodali**:  
avevamo la ciclicità del risultato della votazione

## Unimodalità delle preferenze

- In generale, si dimostra che quando i profili delle preferenze sono tutti unimodali si esclude la ciclicità del voto
- L'impossibilità di Arrow è superata restringendo le preferenze ammesse al voto alle sole preferenze unimodali e cioè sacrificando l'assioma del dominio *non ristretto*
- In concreto, significa imporre che gli individui non devono preferire soluzioni estreme
- Ma si può mostrare che l'unimodalità non è una condizione necessaria: anche in presenza di bimodalità, basta una certa «omogeneità» delle preferenze, ovvero un quota sufficientemente elevata di soggetti con le stesse preferenze

## Il teorema dell'elettore mediano

- L'unimodalità delle preferenze è importante anche perché su di essa si fonda il **Teorema dell'elettore mediano**
- Supponiamo di ordinare le alternative rispetto a qualche criterio (es ammontare della spesa pubblica preferita)
- L'elettore mediano è quel votante rispetto al quale il numero di coloro che preferiscono un'alternativa inferiore è uguale al numero di quelli che preferiscono un'alternativa superiore
- Beta è l'elettore mediano



### Teorema dell'elettore mediano

In un voto a maggioranza, se le preferenze di tutti gli individui sono unimodali, allora l'alternativa preferita dall'elettore mediano coincide l'esito del voto

## Il teorema dell'elettore mediano - 2

Potere interpretativo dell'elettore mediano

- Nelle competizioni elettorali è decisivo per i partiti catturare il consenso degli elettori che stanno al centro dell'arco delle opinioni politiche => attenzione alle posizioni di «centro»

Limiti del teorema dell'elettore mediano

- Alternative a volte non ordinabili
- Molteplicità delle alternative in discussione e quindi, in assenza di perfetta correlazione fra le preferenze su queste, molteplicità di «elettori mediani»
- Nelle competizioni elettorali, preferenze a volte influenzabili dai candidati.

## Lo scambio dei voti

- Un limite del sistema di votazione a maggioranza semplice è che non consente agli individui di esprimere **quanto stia loro a cuore** un certo problema. Il fatto che un votante abbia solo una leggera preferenza per una delle alternative, oppure ci tenga moltissimo, non influisce sul risultato finale.
- Diverse possibilità per evitare questo problema
  - sistema di Borda: ogni elettore ha a disposizione un punteggio che può distribuire liberamente fra le diverse alternative. Vince il progetto con un punteggio maggiore
  - scambio dei voti

## Lo scambio dei voti

**TABELLA 7.4** Lo scambio di voti può aumentare il benessere.

Progetto	Votante			Beneficio totale netto
	Melania	Rino	Rossella	
Ospedale	200	-50	-55	95
Biblioteca	-40	150	-30	80
Piscina	-120	-60	400	220

- Nella tabella, tre alternative e tre soggetti, ognuno con diversa utilità per i tre iniziative
- Ogni iniziativa dà un beneficio totale positivo ed è quindi desiderabile
- Se le iniziative sono votate singolarmente, non sono approvate
- Esempio: per l'ospedale: M vota «si», Ri e Re votano «no»
- Se ogni soggetto si accorda di votare a favore delle iniziative degli altri, purché loro votino a favore di quella da lui desiderata, le tre iniziative sono approvate
- Altra possibilità: mettere a votazione le tre iniziative in maniera congiunta: cosa succederebbe??

## Lo scambio dei voti - 2

TABELLA 7.5 Lo scambio di voti può diminuire il benessere.

Progetto	Votante			Beneficio totale netto
	Melania	Rino	Rossella	
Ospedale	200	-110	-105	-15
Biblioteca	-40	150	-120	-10
Piscina	-270	-140	400	-10

- Lo scambio di voti può però anche indurre ad approvare progetti che non dovrebbero essere approvati
- Nella tabella, le diverse utilità per le iniziative sono ora diverse: ogni iniziativa dà un beneficio totale **negativo** ed è quindi desiderabile che le iniziative non siano approvate
- Anche questa volta però, se ogni soggetto si accorda di votare a favore delle iniziative degli altri, purché loro votino a favore di quella da lui desiderata, le tre iniziative sono approvate
- Lo scambio di voti può portare all'approvazione sia di progetti desiderabili ma anche di progetti che non siano desiderabili.

## Una buona notizia...

- Paragrafo 7.3 (*Le spiegazioni dell'aumento dell'intervento statale in economia*) non in programma.