Behavioral Economics

Alessandra Pelloni

Behavioral Lezione 5

Novembre 2020

Rischio vs Incertezza

Si parla di scelta in condizioni di rischio quando le probabilità dei risultati possibili sono definite e note.
Si parla di scelta in condizioni di incertezza quando le probabilità dei risultati possibili non sono definibili o non sono note.

Strategie di Decisione in Condizioni di Incertezza

Il criterio del maximin specifica che la scelta migliore è quella che garantisce il massimo risultato nelle condizioni peggiori che potrebbero verificarsi(massimo dei minimi).
(Maximin = maximum minimorum.)
Questa strategia è estremamente cauta.
Il criterio del maximin, secondo John Rawls, verrebbe adottato come criterio di benessere sociale da una società giusta, ossia la cui organizzazione venisse scelta dai suoi membri dietro un velo di ignoranza.
Tra due politiche si dovrebbe sempre scegliere quella che favorisce chi sta peggio.
John Harsany obietta che il criterio può dare risultati paradossali, come criterio di scelta individuale, se il risultato peggiore ha un probabilità bassissima di verfificarsi.

Strategie di Decisione in Condizioni di Incertezza

Il criterio del maximax – o "yolo" – specifica che la scelta migliore è quella che garantisce il massimo risultato in assoluto(massimo dei massimi). (Maximax = maximum maximarum.)
Questa strategia è estremamente incauta.
Il criterio del minimax-risk criterion specifica che la scelta migliore è quella che minimizza il rischio o rimpianto (dà risultati più prevedibili in termini di payoff realizzati e attesi).
Il rimpianto viene calcolato come differenza tra i payoff se si fosse scelto diversamente e il payoff attuale. La scelta secondo questo criterio cade sulla scelta che comporta il minore rimpianto.

Esempio

Table 6.2 Decision under uncertainty

	S_1	S_2
A	1	10
B	2	9
C	3	6

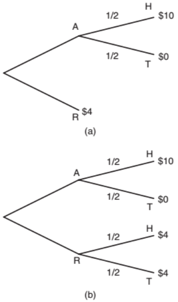
Table A.2 Risk-payoff matrix

	S_1	S_2
A	2	0
B	1	1
C	0	4

Es.6.2 ABC scelte, S1 e S2 scenari. Nella tavola in basso sono riportate le quantità di "rimpianto" di ogni scelta rispetto alla scelta ottima "ex-post". Qual'è la strategia migliore secondo il criterio del maximin? Secondo il criterio del maximax ? Secondo il criterio del minimax-risk?

Valore Atteso (Expected Value)

Il valore atteso di una scommessa (gioco d'azzardo) è l'ammontare che ci si può aspettare di vincere in media, nel lungo periodo, accettando la scommessa.
Es.: Lanciando una moneta, si vince 1 se esce testa e perde 1 se esce croce. Il valore atteso è?



In termini di VA (EV) sceglieresti A o R nei due alberi nella figura?

Piu' Formalmente

Dato un gioco A, il suo valore atteso, VA (EV), è
Pr(S1)*C1+Pr(S2)*C2+...+Pr(Sn)*Cn
dove Pr(Si) è la probabilità del verificarsi dello stato Si.
Ci è la conseguenza del gioco A nello stato Si.

Esempi

Es. 6.10: c'è un errore nella Tabella A3. Il valore atteso di puntare un dollaro sui primi 5 numeri è 35/38, non 36/38.

Es 6.14 Deal or No Deal. Nel gioco ci sono tre scatole, una contiene \$900,000, una \$300,000 e una \$60, e voi non sapete quale contiene quanto. Se scegliete di aprirle, potete tenere il contenuto dell'ultima.

(a) Qual'è il VA di aprire le scatole?

(b) Cosa preferireste: \$400,000 o aprire le scatole?

(c) Decidete di aprire le scatole. La prima contiene \$900,000. Qualè il VA delle altre due?

(d) Supponiamo che per voi conti solo il VA. Cosa preferireste: \$400,000 o aprire le due scatole?

Esempi

Es 6.20 Il paradosso di San Pietroburgo Una scommessa consiste nel lanciare una moneta finchè non esce testa. Se ciò avviene al primo lancio si vince 2, al secondo 4, al terzo 8 e così via. D. Qual'è il VA della scommessa? R.$\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{i}2^{i}=\infty$.

Utilità attesa

E' immediato incorporare nello schema le funzioni di utilità.
Dato un gioco(scommessa) A, l' utilità attesa EU(A) del gioco e':

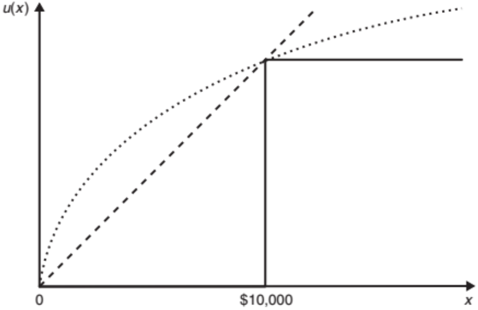
$$EU(A) = Pr(S1) * u(C1) + Pr(S2) * u(C2) + \ldots + Pr(Sn) * u(Cn)$$

dove u(Ci) è l' utilità che si ottiene giocando A nello stato Si.
L'ipotesi standard nella teoria economia è che gli agenti scelgano l' opzione con la massima utilità attesa, non con il massimo VA. In effetti esempi come il paradosso di San Pietroburgo suggeriscono che l'ipotesi della massimizzazione della EU sia più convincente, da un punto di vista descrittivo e normativo, dell'ipotesi della massimizzazione del VA.

Concavità e Convessità

Una funzione f : I $\rightarrow$ R dove I è un intervallo in R si dice concava se, comunque scelti due punti x, y in I e per ogni t ϵ[0 , 1] , si ha che f (t x + (1 - t) y) $\geq$ t f (x) + (1 - t) f (y) .
Una funzione si dice strettamente concava se, per 0$<$t$<$1, vale la disuguaglianza stretta .
Una funzione f : I $\rightarrow$ R dove I è un intervallo in R si dice convessa se, comunque scelti due punti x, y in I e per ogni t ϵ[0 , 1] , si ha che f (t x + (1 - t) y) $\leq$ t f (x) + (1 - t) f (y) .
Una funzione si dice strettamente convessa se, per 0$<$t$<$1, vale la disuguaglianza stretta.

Utilità attesa



Utilità strettamente concava vs lineare.
Nel caso della utilità spezzata o trovate 10.000 $ o siete morti!

La scommessa di Pascal

	God exists (G)	God does not exist (¬G)
Belief (B)	+∞ (infinite gain)	-1 (finite loss)
Disbelief (¬B)	-∞ (infinite loss)	+1 (finite gain)

Blaise Pascal propose il seguente argomento a favore dell'aver fede.
Dio esiste (G), oppure no (¬G). Possiamo scegliere di credere (B) oppure di non credere (¬ B).
Se¬ G abbiamo perdite o guadagni limitati (per es 1 in valore assoluto), che crediamo o no. Ma se G con probabilità p positiva anche se molto piccola, avremo perdite o guadagni infiniti.
a) Rappresentare il problema mediante una tabella. b)Qual'è la soluzione?
c) Critiche possibili all'argomento (anticipato da Protagora che era agnostico ma devoto agli dei).

Es. 6.29: Sia Pr(G)=$\pi > 0$ la probabilità che Dio esista. D: Qual'è l'utilità attesa di credere, U(B), e di non credere, U($\neg$ B)? R: $U(B) = \pi\infty + (1-\pi)$(finite loss)= ∞,U($\neg$ B)=-$\pi\infty + (1-\pi)$(finite gain)=-∞.
Il libro dice "Se Dio non esiste non importa se crediamo o meno: la nostra utilità sarà la stessa". Questo non sembra vero: infatti se non crediamo e Dio non esiste la nostra utilità sarà maggiore di quella dei credenti (avremo un "finite gain"). Forse il libro vuol dire che la differenza è trascurabile.

Esempio

La funzione di utilità sia u(x)=$\sqrt[2]{x}$. Consideriamo le due scommesse seguenti:

(a) 1/4 è la prob. di vincere 25 e 3/4 è la prob. di vincere 1.

(b) 2/3 è la prob. di vincere 7 e 1/3 è la prob. di vincere 4.

Quali sono il valore atteso e l'utilità attesa di queste scommesse?

(c)Scommessa di San Pietroburgo.

$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{i} \sqrt[2]{2^i} = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{i} 2^{\frac{i}{2}} = \sum_{i=1}^{\infty} 2^{\frac{-i}{2}} \simeq 2.4$

Atteggiamento verso il rischio

Alla luce del concetto di utilità attesa, l'atteggiamento verso il rischio può essere rappresentato tramite le funzioni di utilità.
In generale, se si preferisce un guadagno certo a una scommessa con un valore atteso dello stesso ammontare si è **avversi al rischio(risk averse)**.
Se si preferisce a un guadagno certo una scommessa con un valore atteso dello stesso ammontare si è **propensi al rischio (risk prone)**.
Se si indifferenti, si è **neutrali nei confronti del rischio (risk neutral)**.

Utilità e Atteggiamento verso il Rischio

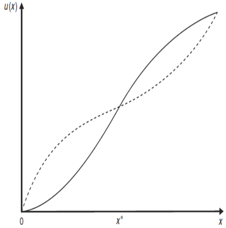
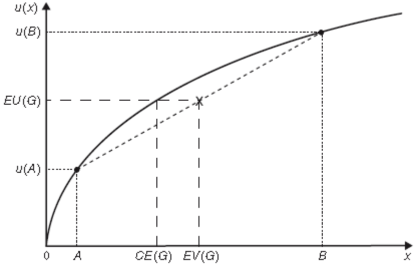


Figure 6.9 S-shaped utility functions

L'individuo la cui funzione di utilità e' tratteggiata è avverso al rischio fino a x*, poi propenso al rischio

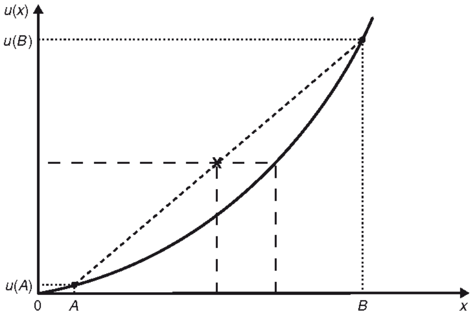
L'equivalente certo (certainty equivalent) di una scommessa G è il numero CE(G) che soddisfa l'equazione u(CE(G))=EU(G): e' l'ammontare che rende indifferenti tra l'accettarlo o accettare la scommessa. Supponiamo che la scommessa consista nel vincere A con prob π e B con prob 1-π.



L'eq della retta che passa per i punti (A, u(A)) e (B, u(B)) è y-$u(A)$=$\frac{u(B)-u(A)}{B-A}(x-A)$.Tutti i punti C interni all'intervallo $[A, B]$ possono scriversi come: C=$\alpha A+(1-\alpha)B$,con $\alpha=\frac{B-C}{B-A}<1$.

Sia x tale che x=EV(G)=$\pi A+(1-\pi)B$, allora sulla retta il valore di y corrispondente a x sarà: y=$u(A)+\frac{u(B)-u(A)}{B-A}(\pi A+(1-\pi)B-A)=$ $\pi U(A)+(1-\pi)\,U(B)=EU(G)<U\left(\pi A+(1-\pi)B\right)=U\left(EV(G)\right).$
U(CE(G))=$\pi U(A)+(1-\pi)\,U(B)$
Sia $U(x)=\sqrt{x}$.allora $EU(G)=\pi\sqrt{A}+(1-\pi)\sqrt{B}$
e $\sqrt{CE(G)}$=$\pi\sqrt{A}+(1-\pi)\sqrt{B}$,
quindi: $CE(G)=\left(\pi\sqrt{A}+(1-\pi)\sqrt{B}\right)^2$
Figura 6.10 sbagliata! EVG$\neq EUG$ (VAG è anche sull'asse y).

Es. 6.39: Potete scegliere tra 4 euro e la seguente scommessa: con pr 1/4 vincete 9 euro e con pr 3/4 vincete 1 euro. Per voi, u(x)=$\sqrt{x}$.a) D. qual'è l'u di 4 euro? R. è $\sqrt{4}$ =2, D. qual'è l'u di S? R.è
$(1/4)\sqrt{9} + 3/4 = 3/2$. D. qual'è l' equivalente certo di S?
CE(S)$\rightarrow$ $U(S) = u(CE(S))$ quindi 3/2=$(CE(S))^{1/2}$
quindi $CE(S) = (3/2)^2$.
b)sia u(x)=x^2.D: 1)qual'è l'u di 4 euro? 2)qual'è l'u di S? 3)qual'è l' equivalente certo di S? R:1) u(4)=$4^2 = 16$,2)u(S)=$\frac{1}{4}9^2 + \frac{3}{4} = \frac{84}{4} = 21$.3)
u(CE(S))=21, u(CE(S))=CE(S)$^2 = 21$.CE(S)=$\sqrt{21}$
Supponiamo che u(x)=log(x). Allora u(S)=
$(1/4)\log 9, \log CE(S) = (1/4)\log 9$,quindi: CE(S)=$9^{1/4}$



Quando l'utilità è convessa, si è propensi al rischio quindi
$\pi U(A) + (1 - \pi) U(B) > U(\pi A + (1 - \pi) B)$

Ricapitolando

Scelta in Condizioni di Rischio
Scelta in Condizioni di Incertezza
Criterio del Maximin
Criterio del Maximax
Criterio del Minimax-Risk
Valore Atteso
Utilità Attesa
Avversione al Rischio
Propensione al Rischio
Indifferenza (o Neutralità) rispetto al Rischio
Equivalente Certo