

Luca firma un contratto di lavoro per due anni. Il contratto prevede una retribuzione il primo anno

$$M_1 = 1000 \text{ e } M_2 = 1100$$

Luca può prendere e dare a prestito ad un tasso $r=10\%$

Indichiamo con C_1 il consumo presente e con C_2 il consumo futuro e supponiamo che il prezzo (p) dei beni di consumo sia costante nei due periodi.

1) Scrivere il vincolo intertemporale, rappresentare graficamente indicando l'intercetta, pendenza e paniere delle dotazioni iniziali D .

Per calcolare VBI è necessario riportare tutte le x (reddito e consumo) allo stesso dato.

VA attuale reddito. Present Value $PV(M)$ $M_1 + \frac{M_2}{1+r}$

VA attuale consumo. Present Value $PV(C)$ $C_1 + \frac{C_2}{1+r}$

VA del VBI : $PV(M)=PV(C)$

$$M_1 + \frac{M_2}{1+r} = C_1 + \frac{C_2}{1+r}$$

da cui

$$C_2 = M_1(1+r) + M_2 - (1+r)C_1$$

Pendenza : $-(1+r)$

Intercetta orizzontale : $C_2 = 0$ $C_1 = M_1 + \frac{M_2}{1+r}$

Intercetta verticale : $C_1 = 0$ $C_2 = M_1(1+r) + M_2$

Dotazioni : $C_1 = M_1$ $C_2 = M_2$

Infine sostituendo i valori: $C_2 = 1000(1.1) + 1100$

2)

Le preferenze di Luca sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità intertemporale

$$U(C_1, C_2) = \min \{1, C_1, C_2\}$$

Determinate i livelli di ottimo dei consumi nei due periodi e rappresentate graficamente la scelta di Luca.

Le preferenze di Luca indicano che consumo presente e consumo futuro sono perfetti complementi.

Quindi il paniere ottimo per Luca si troverà all' intersezione tra VB e utilità:

$$\begin{cases} C_2 = 1000(1.1) + 1100 \\ 1.1C_1 = C_2 \end{cases} \quad \begin{cases} 1.1C_1 = -1.1C_1 + 2200 \\ 1.1C_1 = C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2.2C_1 = 2200 \\ 1.1C_1 = C_2 \end{cases} \quad \begin{cases} C_1^* = 1000 \\ C_2^* = 1100 \end{cases}$$

3) Sulla base dei risultati determinare se Luca è risparmiatore o mutuuario

Il paniere ottimo di Luca coincide con le sue dotazioni, Luca non è nè mutuuario nè risparmiatore.

$$S=M_1 - C_1 = 1000 - 1000 = 0$$

SCAMBIO

Due individui A e B presentano una struttura di preferenze sui beni data da:

$$U_i = x_i^2 y_i^2 \quad i=A,B$$

Le quantità disponibili di x e y sono 20 e 40.

Dotazioni di A=(90%x, 80%y)

a) Rappresentate graficamente la scatola di Edgeworth e l'allocazione corrispondente alle dotazioni iniziali.

$$W_A = (90\%x, 80\%y) = (90\%20, 80\%40)$$

$$W_B = (10\%x, 20\%y) = (2, 8)$$

b) Calcolate la funzione di domanda dei due beni per entrambi, la funzione di eccesso di domanda e la curva dei contratti.

$$U_A = x_A^2 y_A^2$$

$$U_A = 2 \ln x + 2 \ln y$$

$$\text{In equilibrio: } \frac{\partial U / \partial x_A}{\partial U / \partial y_A} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\text{quindi: } \frac{2/x_A}{2/y_A} = \frac{P_x}{P_y}$$

$$\text{quindi: } y_A / x_A = \frac{P_x}{P_y}$$

Vincolo di bilancio A

$$x_A P_x + y_A P_y = 18 P_x + 32 P_y$$

$$x_A = 9 + 16 \frac{P_y}{P_x}$$

$$y_A = 16 + 9 \frac{P_x}{P_y}$$

Stesso procedimento per il consumatore B

$$x_B = 1 + 4 \frac{P_y}{P_x}$$

$$y_B = 1 + 4 \frac{P_x}{P_y}$$

Funzione di eccesso della domanda di bene x=somma della domanda degli agenti A e B per il bene x meno le dotazioni iniziali.

Eccesso domanda bene x

$$Z(x) = x_A + x_B - w_x^A - w_x^B$$

$$9 + 16 \frac{P_y}{P_x} + 1 + 4 \frac{P_y}{P_x} - 18 - 2 = -10 + 20 \frac{P_y}{P_x}$$

Stesso procedimento per Y

$$Z(y) = -20 + 10 \frac{P_x}{P_y}$$

La curva dei contratti è il luogo dei punti pareto efficienti ed è definita da

$$SMS_A = SMS_B$$

$$SMS_A = \frac{2/x_A}{2/y_A} = \frac{y_A}{x_A}$$

$$SMS_B = \frac{2/x_B}{2/y_B} = \frac{y_B}{x_B}$$

$$\begin{aligned}\frac{y_A}{x_A} &= \frac{y_B}{x_B} \text{ quindi } x_A x_B = y_A x_B \\ x_A + x_B &= 20 \text{ quindi } x_A = 20 - x_B \\ y_A + y_B &= 40 \text{ quindi } y_A = 40 - y_B\end{aligned}$$

$$\begin{cases} x_A x_B = y_A x_B \\ (20 - x_B) y_B = (40 - y_B) x_B \end{cases} \begin{cases} y_B = 2x_B \end{cases}$$

Espressione curva contratti

c) Calcolare il prezzo relativo di equilibrio e l'allocazione che corrisponde all'Equilibrio rappresentandolo graficamente

$$\begin{aligned}\text{In equilibrio eccesso di domanda} &= 0 \\ Z(x) &= 0 \\ -10 + 20 \frac{P_y}{P_x} &= 0 \\ \frac{P_y}{P_x} &= 1/2 \text{ Prezzo relativo di equilibrio}\end{aligned}$$

L'allocazione corrispondente all'Equilibrio si ottiene sostituendo l'espressione del prezzo relativo di equilibrio nella funzione di domanda.

$$\begin{aligned}x_A^* &= 9 + 16 \frac{P_y}{P_x} = 9 + 16 * 1/2 \\ x_A^* &= 17\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y_A^* &= 9 \frac{P_y}{P_x} + 16 = 9 * 1/2 + 16 \\ y_A^* &= 34\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_B^* &= 3 \\ y_B^* &= 6\end{aligned}$$