MTGR 3

lunedì 4 novembre 2024 09:40

Scelta del Livello di Confidenza = f(toll. Rischio) => ↑ toll. Rischio ↓ Liv conf

Hp: una Banca che ha una sola unità di risk taking, il desk Equity, ed abbia un capitale/patrimonio di 3,5 mln di € che alloca pienamente a questo desk, che è quindi esposto ad un limite di perdita giornaliera pari a 217.000€.

Date	Intesa SP
08/08/2023	-8,67%
20/05/2024	-5,57%
20/11/2023	-4,54%
02/08/2024	-4,41%
01/08/2024	-3,92%
13/06/2024	-3,27%
03/05/2024	-3,13%
11/06/2024	-2,56%
04/06/2024	-2,54%
14/06/2024	-2,49%
06/09/2023	-2,25%
16/04/2024	-2,24%
14/12/2023	-2,20%
07/02/2024	-2,14%
01/02/2024	-2,10%
29/05/2024	-2,07%

	lim rischio giorn	€ 217.060,79
	Valore di Mercato	€ 4.919.344,09
Alfa	VaR (99%)	€ 217.060,00
	lim rischio giorn	€ 217.060,79
	Valore di Mercato	€ 6.926.539,64
Beta	VaR (98%)	€ 217.060,00
	lim rischio giorn	€ 217.060,79
	Valore di Mercato	€ 10.507.743,49
Gamma	VaR (95%)	€ 217.060,00

L'uso di un liv di conf. Più basso è coerente con l'assunto di voler guadagnare di più esponendosi ad una probabilità più elevata di andare in crisi ed anche fallire

---

Scelta del livello di confidenza: un approccio "oggettivo":

Fissare il liv. Di confidenza in funzione del Rating target della banca.

ITER:

1) La Banca deve stabilire qual è il suo "rating-target"
2) Sulla base della matrice dei tassi di default della società di rating, identificate qual è la probabilità di fallimento ad 1 anno corrispondente al vostro rating target: PD(1anno) del Rating Target
3) Utilizzare un liv. Di confidenza = 100%-PD(1yr) del Rating Target

Rating S&P	Pd 1 anno
AAA	0,001%
AA+	0,02%
AA	0,03%
AA-	0,035%
A+	0,05%
A	0,06%
A-	0,09%
BBB+	0,12%
BBB	0,17%
BBB-	0,53%
BB+	0,60%

Scelta del Rating obiettivo:

Rating S&P target	PD associata	livello di confidenza
BBB-	0,53%	**99,47%**

Rating S&P	Pd 1 anno
AAA	0,001%
AA+	0,02%
AA	0,03%
AA-	0,035%
A+	0,05%
A	0,06%
A-	0,09%
BBB+	0,12%
BBB	0,17%
BBB-	0,53%
BB+	0,60%
BB	1,20%
BB-	1,90%
B+	3,10%

Scelta del Rating obiettivo:

Rating S&P target	PD associata	livello di confidenza
BBB-	0,53%	**99,47%**

Calcolo del VaR con il modello delle simulazioni storiche in presenza di più titoli in portafoglio

A fronte di un portafoglio con un numero di titoli > 1, ai fini del calcolo del VaR con il modello delle simulazioni storiche, io non posso:

- Sommare i VaR dei titoli, in quanto assumerei una perfetta correlazione positiva;
- Stimare il coefficiente di correlazione lineare, in quanto questo è un modello "non parametrico".

E quindi?

a) Vi create la serie storica dei rendimenti del portafoglio, stimando per ogni giorno lavorativo della serie il rendimento del portafoglio come MEDIA PONDERATA dei rendimenti dei titoli in portafoglio, dove la ponderazione è il peso che il titolo ha nel portafoglio. SERIE STORICA DI RENDIMENTI GIORNALIERI DEL PORTAFOGLIO (300)

b) Ordiniamo i rendimento del portafoglio in modo crescente

c) Isoliamo il valore corrispondente al livello di confidenza desiderato (RE)

d) VaR = VM(port)*(RE)

Un esempio su excel: un Portafoglio composto da due titoli

Date	Intesa SP	VOLKSW	PORTAF
08/08/2023	-8,67%	-1,77%	-5,91%
20/05/2024	-5,57%	-1,91%	-4,11%
13/06/2024	-3,27%	-3,83%	-3,494%
01/08/2024	-3,92%	-2,84%	-3,489%
02/08/2024	-4,41%	-1,51%	-3,25%
20/11/2023	-4,54%	0,41%	-2,56%
01/09/2023	-0,51%	-5,21%	-2,39%

lim rischio giorn	€ 217.060,79	Intesa SP	VOLKSW
Valore di Mercato	€ 5.000.000,00	€ 3.000.000,00	€ 2.000.000,00
VaR (99%)	€ 174.465,06	60,00%	40,00%

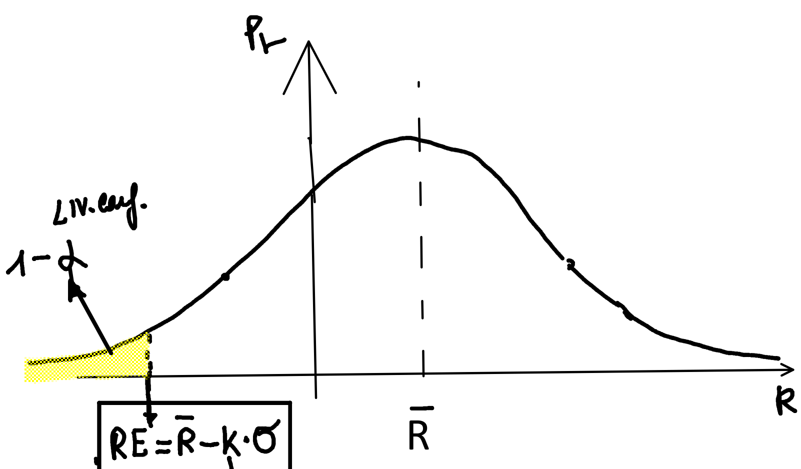
Date	Intesa SP	VOLKSW	PORTAF
08/08/2023	-8,67%	-1,77%	-5,91%
20/05/2024	-5,57%	-1,91%	-4,11%
13/06/2024	-3,27%	-3,83%	-3,494%
01/08/2024	-3,92%	-2,84%	-3,489%
02/08/2024	-4,41%	-1,51%	-3,25%
20/11/2023	-4,54%	0,41%	-2,56%
01/09/2023	-0,51%	-5,21%	-2,39%
30/04/2024	-0,48%	-5,12%	-2,34%
29/05/2024	-2,07%	-2,66%	-2,30%
14/06/2024	-2,49%	-1,82%	-2,22%
21/11/2023	-1,44%	-3,29%	-2,18%
04/06/2024	-2,54%	-1,30%	-2,04%
06/09/2023	-2,25%	-1,67%	-2,02%
16/04/2024	-2,24%	-1,18%	-1,82%

lim rischio giorn	€ 217.060,79	Intesa SP	VOLKSW
Valore di Mercato	€ 5.000.000,00	€ 3.000.000,00	€ 2.000.000,00
VaR (99%)	€ 174.465,06	60,00%	40,00%

Il Modello Varianze-Covarianze $\longrightarrow$ Parametrico

Ipotesi 1: i rendimenti dei titoli si distribuiscono come una normale
Ipotesi 2: ….il rendimento medio è assunto nullo $\rightarrow \bar{R} = \emptyset$

Contro: Assumere che i rendimenti seguano una distribuzione "nota"
Pro: Noi possiamo (e dopo lo faremo) rimuovere l'ipotesi di stazionarietà della distribuzione dei rendimenti



liv.conf	k
95%	1,645
98%	2,054
99%	2,326

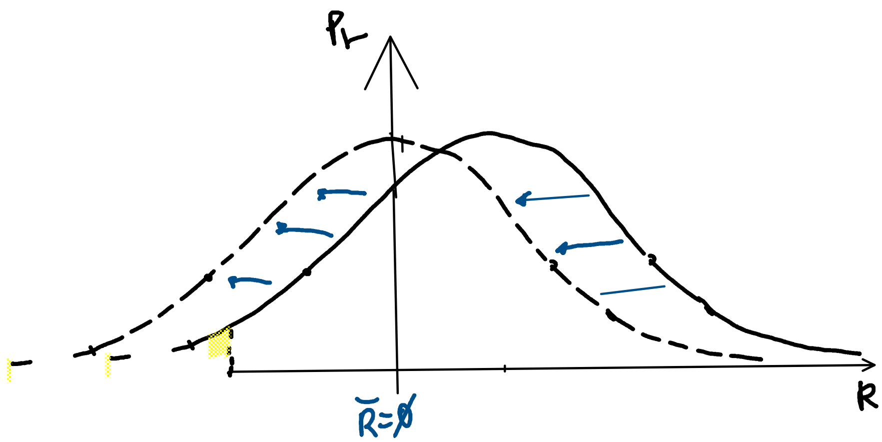
=inv.norm.st(liv.conf)

$$VAR = VM \times |RE| = VM \times |\bar{R} - K \cdot \sigma|$$

RiskMetrics: $VaR = VM \times K \cdot \sigma$

↓

RiskMetrics 2.0: Nel documento originario abbiamo dimenticato di comunicare che il nostro modello è basato sull'assunto che il rendimento medio sia NULLO. $\Rightarrow \bar{R} = \emptyset$



Quali le ragioni di questa ipotesi di media nulla?

- Semplificare il calcolo evitando di stimare uno dei parametri ($\bar{R}$)
- Ottengo lo stesso VaR in presenza sia di posizioni Lunghe che di posizioni Corte

  $\hookrightarrow |RE| = |\bar{R} - K\sigma| = |\bar{R} + K\sigma|$ se $\bar{R} = \emptyset$

- Trasformare il VaR in un multiplo del sigma e quindi poter applicare al VaR le stesse proprietà del sigma

Le motivazioni plausibili alla scelta di ipotizzare il rendimento medio nullo:

- Trattandosi di rendimenti giornalieri, il rendimento medio giornaliero è sempre prossimo a zero;
- Molti studi suggeriscono che il miglior stimatore del prezzo di domani di un titolo è il prezzo di oggi

$$\hookrightarrow VaR_{VIT} = VM \cdot |\bar{R} - K \cdot \sigma| \overset{\bar{R}=\emptyset}{=} VM \cdot |-K\sigma| = VM \cdot K \cdot \sigma$$

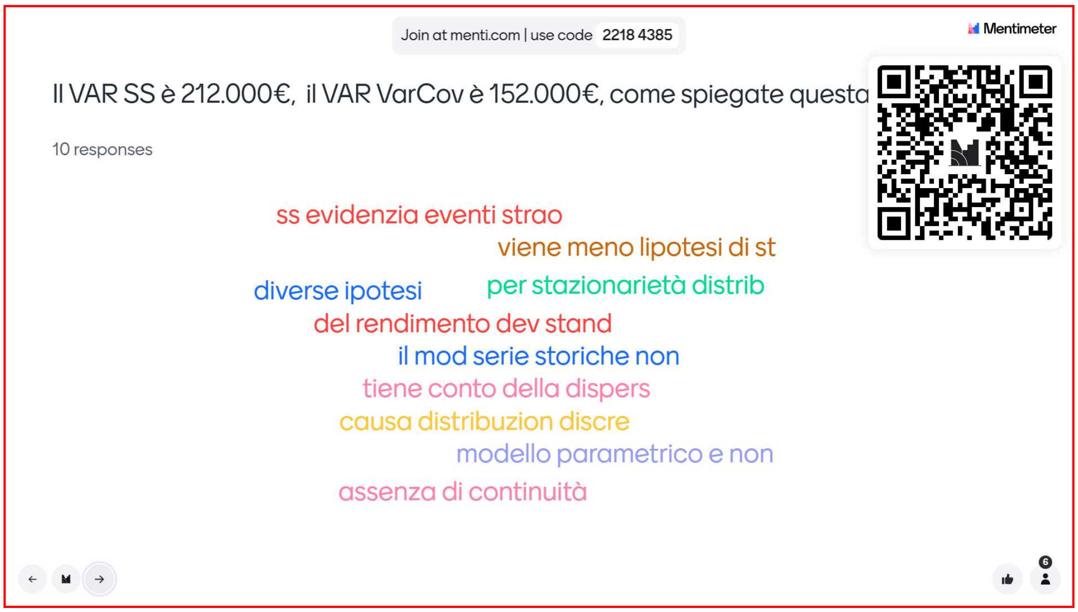
FIGLEWSKY

Calcolo del VaR di un portafoglio composto da 1 solo titolo azionario con il modello Varianze-Covarianze

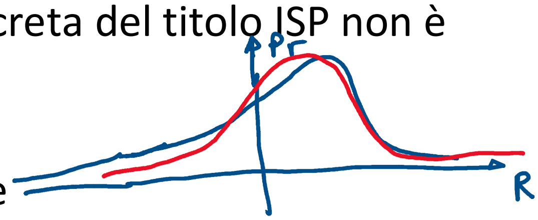
Deviazione standard "semplice" $\sigma_{semp} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(R_i - \bar{R})^2}{n-1}}$, con $\bar{R} = \emptyset$

$$= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(R_i)^2}{n-1}}$$

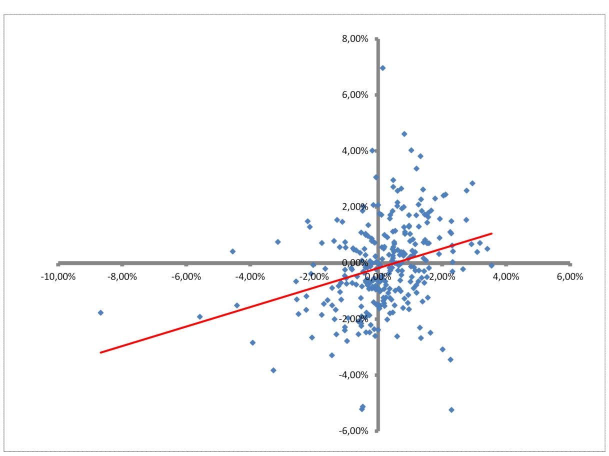
Sigma semplice = DEV:ST(time series)



- Evidentemente la distribuzione discreta del titolo ISP non è normale;
- Soffre di asimmetria negativa
- Soffre del fenomeno di code spesse



Dal VaR Var-Cov di un singolo titolo a VaR Var-Cov di un portafoglio di titoli

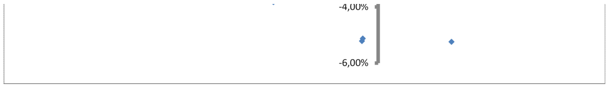


$$\rho_{A;B\ semp} = \frac{Cov_{semp}(R_A ; R_B)}{\sigma_{A\ semp} \cdot \sigma_{B\ semp}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{(R_i^A - \bar{R}_A)(R_i^B - \bar{R}_B)}{n-1}}{\sigma_{A\ semp} \cdot \sigma_{B\ semp}}$$

$$\Downarrow$$

$$\bar{R}_A = \bar{R}_B = \emptyset$$

$$\rho_{A;B\ semp} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{(R_i^A) \cdot (R_i^B)}{n-1}}{\sigma_A \cdot \sigma_B}$$



$$\underset{\text{sempl}}{r_{A;B}} = \frac{\quad n-1}{\underset{\text{sempl}}{\sigma_A} \cdot \underset{\text{sempl}}{\sigma_B}}$$

= correlazione(300 rend ISP; 300 rend Volks)

Analiticamente..... VaR VaR-Cov con 2 Titoli

Input:

VaR_1

VaR_2 $\quad \rho_{12}$

$$\boxed{VaR_{PORT} = \sqrt{VaR_1^2 + VaR_2^2 + 2 \cdot VAR_1 \cdot VaR_2 \cdot \rho_{12}}}$$

$V.a.3 = Va_1 + Va_2$

$$\sigma_3 = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12}}$$

Date	Intesa SP	VOLKSW
10/07/2023	0,34%	0,30%
11/07/2023	1,00%	0,79%
12/07/2023	1,16%	0,39%
13/07/2023	1,50%	0,10%
14/07/2023	-0,55%	-2,07%
17/07/2023	0,19%	-0,93%
18/07/2023	1,27%	1,30%
19/07/2023	1,05%	-0,49%
20/07/2023	1,20%	-1,06%
21/07/2023	0,36%	-0,17%
24/07/2023	0,20%	1,00%
25/07/2023	0,12%	0,56%
26/07/2023	0,00%	-1,48%

lim rischio giorn	€ 217.060,79	
Liv.conf.	99,0%	
VM INT	€ 3.000.000,00	60,0%
VM Volks	€ 2.000.000,00	40,0%
sigma INT	1,36%	
sigma VOLKS	1,57%	
multiplo (k)	2,326	
VaR INT	€ 95.245,02	
VaR VOLKS	€ 73.045,74	
correlaz	0,30	
VaR PORTAFOGLIO	€ 136.420,57	

Il VaR con il modello varianze-covarianze nel caso di tre titoli in portafoglio Analiticamente….

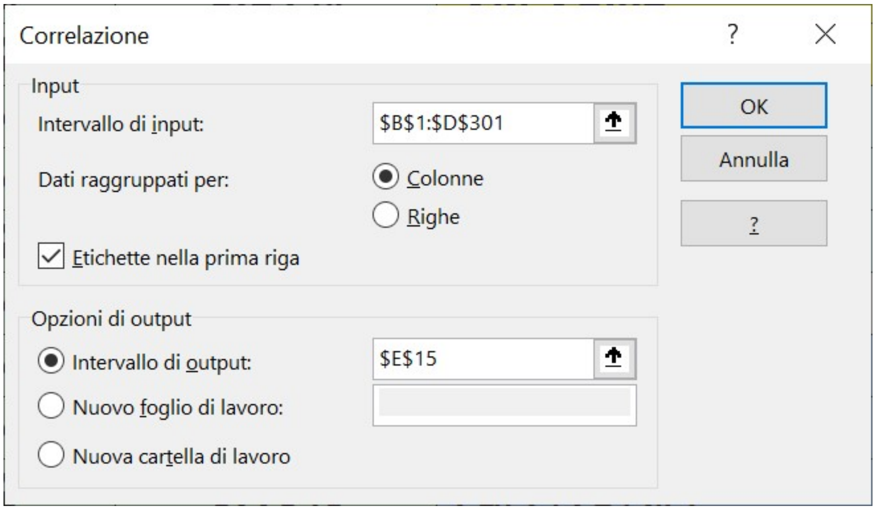
Input:

$VaR_1 \quad \rho_{12}$

$VaR_2 \quad \rho_{13}$

$VaR_3 \quad \rho_{23}$

$$\Rightarrow VaR_{PORT} = \sqrt{VaR_1^2 + VaR_2^2 + VaR_3^2 + 2 \cdot VaR_1 \cdot VaR_2 \cdot \rho_{12} + 2 \cdot VaR_1 \cdot VaR_3 \cdot \rho_{13} + 2 \cdot VaR_2 \cdot VaR_3 \cdot \rho_{23}}$$



Algebra matriciale → PORT con 3 titoli:

$$\sigma_{PORT} = \sqrt{[VaR_1 \; VaR_2 \; VaR_3] \cdot \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} VaR_1 \\ VaR_2 \\ VaR_3 \end{bmatrix}}$$

VOLKSW	NOKIA	lim rischio giorn	€ 217.060,79		
0,30%	-0,05%	Liv.conf.	99,0%	Pesi	
0,79%	0,63%	VM INT	€ 2.400.000,00	40%	
0,39%	0,81%	VM Volks	€ 1.500.000,00	25%	
0,10%	0,84%	VM NOKIA	€ 2.100.000,00	35%	
-2,07%	-9,40%	sigma INT	1,36%		
-0,93%	-2,53%	sigma VOLKS	1,57%		
1,30%	1,61%	sigma NOKIA	1,78%		
-0,49%	0,56%	multiplo (k)	2,326		
-1,06%	0,75%	VaR INT	€ 76.196,02		
-0,17%	0,83%	VaR VOLKS	€ 54.784,30		
1,00%	0,10%	VaR NOKIA	€ 86.981,43		
0,56%	0,21%	VaR PORTAFOGLIO	€ 153.791,92		
-1,48%	-0,26%				
-2,68%	0,06%		*Intesa SP*	*VOLKSW*	*NOKIA*
0,17%	0,21%	Intesa SP	1		
-0,27%	-0,43%	VOLKSW	0,30	1	
0,48%	-0,18%	NOKIA	0,20	0,21	1

VaR PORTAFOGLIO Simulazioni Storiche	€ 195.675,40

Calcolo del VaR Var-Cov nel caso generico di K titoli in portafoglio

$$\boxed{\begin{array}{lll} \text{Input:} & & \\ VaR_1 & & \rho_{12} \\ VaR_2 & \frac{K \times (K-1)}{2} \text{ Correlazioni} & \rho_{13} \\ \vdots & & \rho_{14} \\ & & \vdots \\ VaR_K & & \rho_{K,K-1} \end{array}}$$

$\Downarrow$

Algebra TRADIZIONALE $VaR_{PORT} = \sqrt{\sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{K} VaR_i \cdot VaR_j \cdot \rho_{ij}}$

Algebra MATRICIALE $VaR_{PORT} = \sqrt{[VaR_1\, VaR_2 \dots VaR_K] \cdot \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & K \times K & 1 \ddots & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} VaR_1 \\ VaR_2 \\ \vdots \\ VaR_K \end{bmatrix}}$

Rimozione dell'ipotesi di stazionarietà

Modello VaR-Cov

- Ipotesi di Normalità $\Rightarrow$ $\boxed{\text{IRRIMOVIBILE}}$
- Ipotesi di Stazionarietà $\Rightarrow$ È possibile RIMUOVERLA

$\downarrow$

Sino a che il sigma e il rho sono calcolate con le formule "simple" precedenti, noi assumiamo che volatilità e correlazione future siano quella passate e quindi la distribuzione dei rendimenti è stazionaria

Lo stimo di $\boxed{\sigma_{exp}}$ e $\boxed{\rho_{exp}}$

Stima della deviazione standard esponenziale

EWMA: Exponential Weighted Moving Average

stime ~~econometrica~~

EWMA: Exponential Weighted Moving Average

Abbandoniamo le stime del σ con il modello SEMPLICE $\Rightarrow$ Modello di stime del σ che riconosce che esso possa cambiare nel tempo ETEROSCHEDASTICITÀ

- ~~stime econometrica complesse → GARCH~~
- stime econometrica + semplice ↳ EWMA

Idea di base: utilizzo una logica esponenziale allo scopo di riconoscere che le osservazioni campionarie hanno un maggior potere informativo allo scopo di stimare la volatilità futura
↳ la σ cambia nel tempo

Stima della volatilità esponenziale σ_{exp}

$$\sigma_{sempl} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(R_i - \overline{R})^2}{n-1}}, \quad \text{con } \overline{R} = \emptyset$$

$$= \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n-1} (R_i - \overline{R})^2}, \quad \text{con } \overline{R} = \emptyset$$

$$\sigma_{exp} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (1-\lambda) \cdot \lambda^{i-1} (R_i - \overline{R})^2}, \quad \text{con } \overline{R} = \emptyset$$

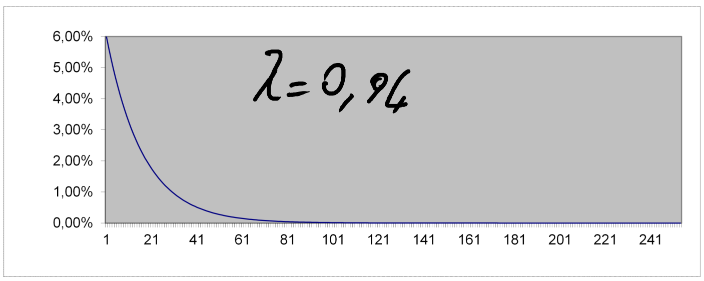
λ = decay factor = fattore di decadimento

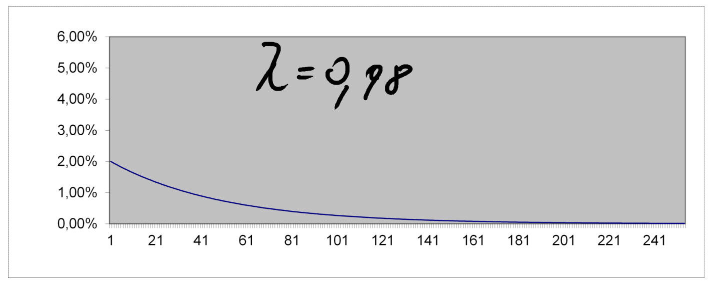
TEORICAMENTE: $\lambda \in \,]0; 1[$

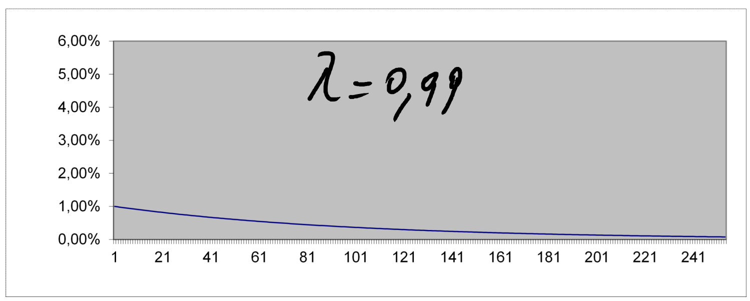
PRATICAMENTE: $\lambda \in [0{,}94; 0{,}99]$

λ BASSO ($\cong 0,94$): I pesi decrescono rapidamente. Ossia, le osservazioni più recenti pesano molto e il peso si riduce rapidamente con l'invecchiare delle osservazioni

λ ALTO ($\cong 0,99$): I pesi decrescono lentamente. Ossia, le osservazioni più recenti pesano di più ma non assumono un peso molto elevato e il peso si riduce lentamente con l'invecchiare delle osservazioni







Il numero delle osservazioni che compongono il campione

$$\sigma_{exp} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (1-\lambda)\cdot\lambda^{i-1}(R_i-\bar{R})^2}, \quad \text{con } \bar{R} = \emptyset$$

Problema:

$$\sum_{i=1}^{n} (1-\lambda)\cdot\lambda^{i-1} = 100\% \quad \text{solo se } n \to +\infty$$

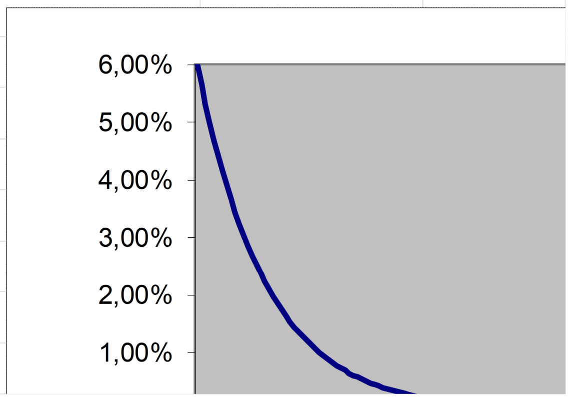
Per risolvere il problema della inesistenza di un campione di rendimenti con ampiezza $+\infty$, ricorriamo ad una SEMPLIFICAZIONE

- Definisco un valore ε piccolissimo $= 1\%$

- Definisco un valore ε piccolissimo $= 1\%$
- $(1-\varepsilon)$: Somma dei pesi delle osservazioni campionarie che assicureranno un valore $1-\varepsilon$
- Il numero n^* di osservazioni campionarie necessarie allo scopo di assicurare che la Σ dei pesi faccia $1-\varepsilon$ è:

$$n^* = \frac{\ln(\varepsilon)}{\ln(\lambda)}$$

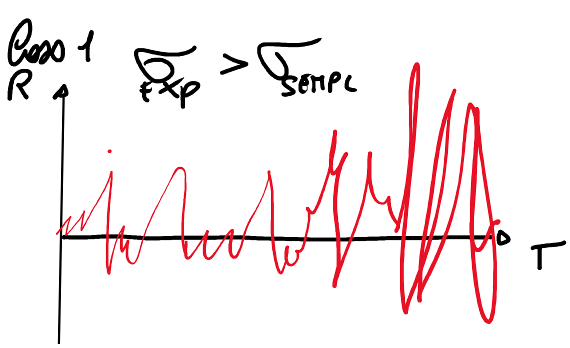
	1	2	3
Lambda			
$\lambda \to$ **0,94**			
n*			
$\to$ 74,4			
ε			
$\to$ 1%			

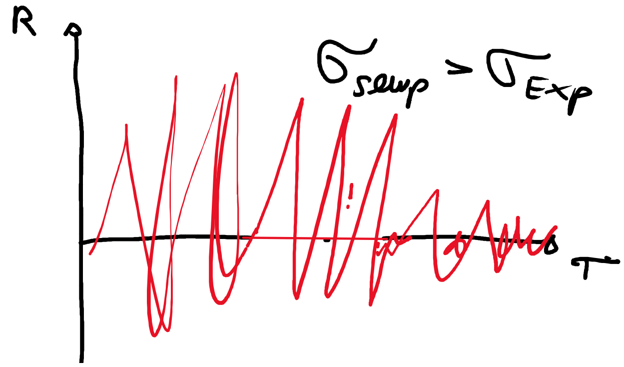


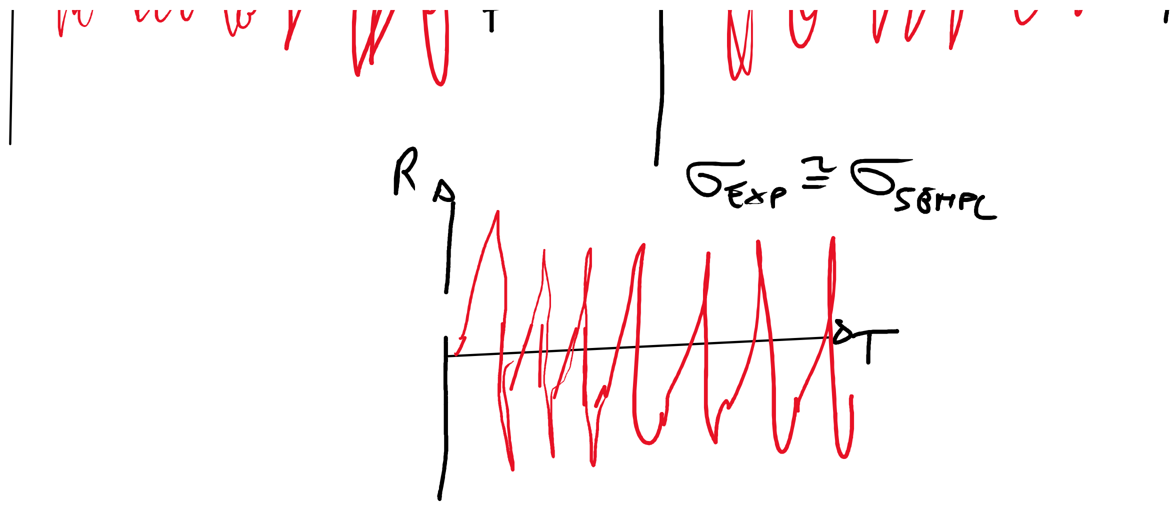
Come modificare la stima della volatilità esponenziale allo scopo di assicurare che la somma dei pesi faccia 100%

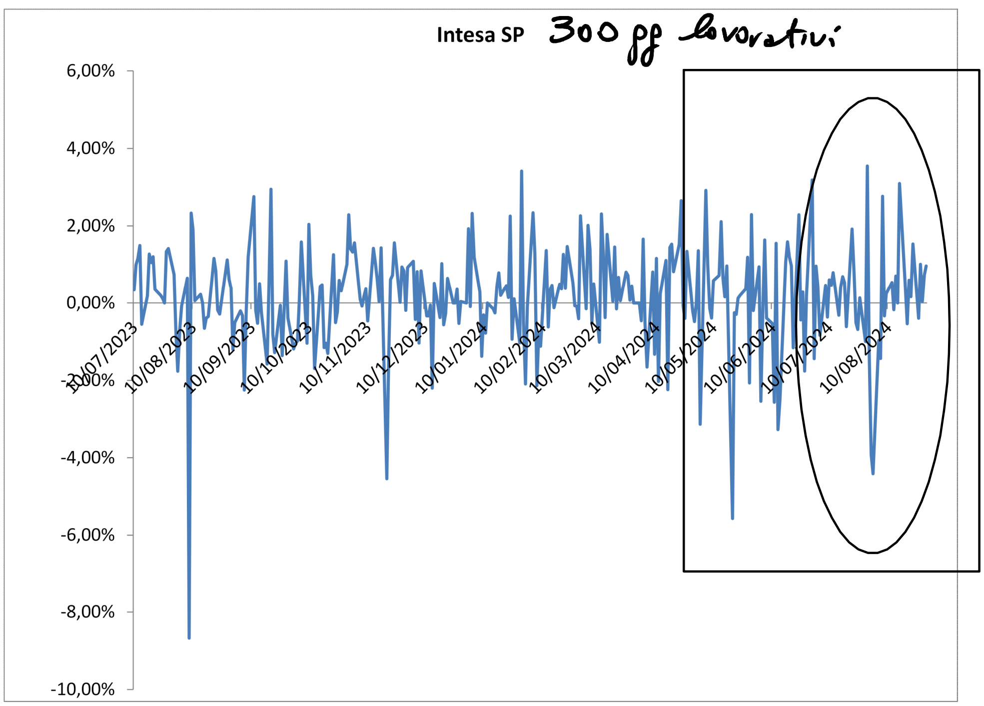
$$\sigma_{exp} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{(1-\lambda)\cdot\lambda^{i-1}}{\sum_{i=1}^{n}(1-\lambda)\cdot\lambda^{i-1}} (R_i - \bar{R})^2} \quad , \text{con } \bar{R} = \emptyset$$

Esempio di stima della volatilità esponenziale






R
$\sigma_{Exp} \simeq \sigma_{SBMPL}$
ΔT


Intesa SP
300 gg lavorativi
6,00%
4,00%
2,00%
0,00%
-2,00%
-4,00%
-6,00%
-8,00%
-10,00%
10/07/2023
10/08/2023
10/09/2023
10/10/2023
10/11/2023
10/12/2023
10/01/2024
10/02/2024
10/03/2024
10/04/2024
10/05/2024
10/06/2024
10/07/2024
10/08/2024

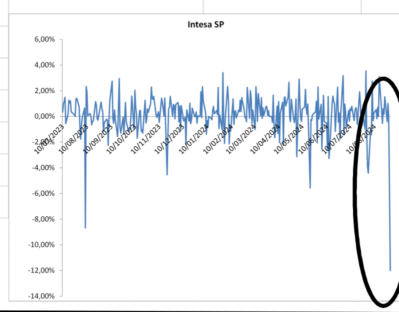
Date	Intesa SP
30/08/2024	0,97%
29/08/2024	0,73%
28/08/2024	0,04%
27/08/2024	1,01%
26/08/2024	-0,39%
23/08/2024	1,53%
22/08/2024	0,17%
21/08/2024	0,60%
20/08/2024	-0,54%
19/08/2024	0,47%

sigma semplice	ewma 0,99	ewma 0,94
1,36%	1,43%	1,39%

Immaginiamo uno shock.....

Date	Intesa SP
30/08/2024	-12,00%
29/08/2024	-6,00%
28/08/2024	0,04%
27/08/2024	1,01%
26/08/2024	-0,39%
23/08/2024	1,53%
22/08/2024	0,17%
21/08/2024	0,60%
20/08/2024	-0,54%
19/08/2024	0,47%

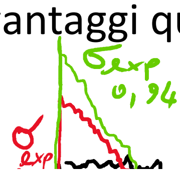
sigma semplice	ewma 0,99	ewma 0,94
1,57%	1,96%	3,54%



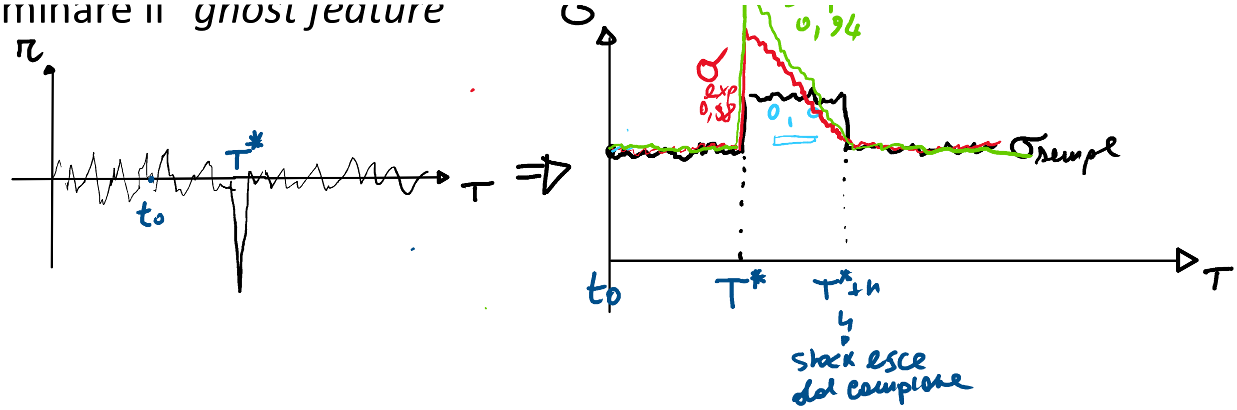
L'effetto echo o Ghost Feature

La volatilità esponenziale ha tra i suoi vantaggi quello di permettere di eliminare il "*ghost feature*"

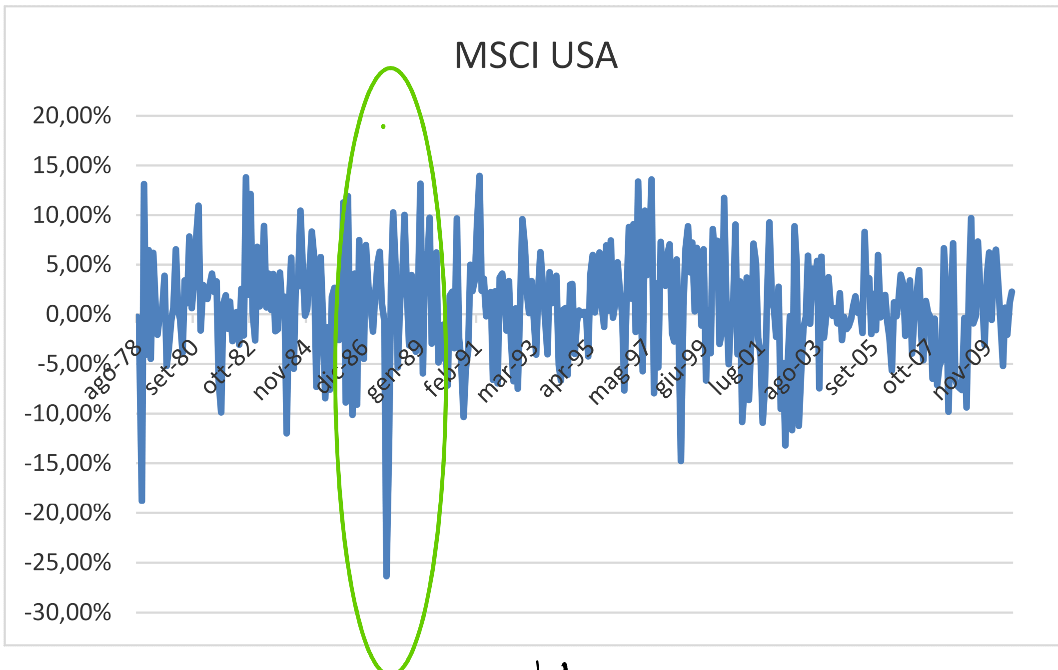
$\sigma \uparrow$



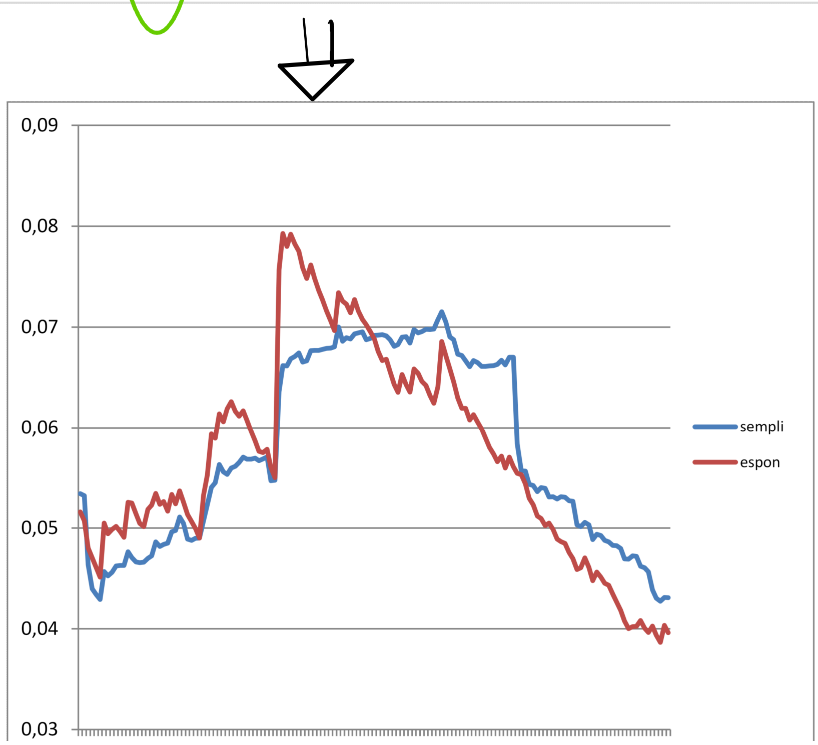
eliminare il "ghost feature"



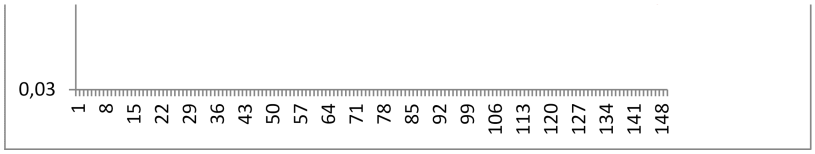
Un esempio concreto…L' "ottobre nero" del 1987



nov-88	-3,76%
ott-88	-3,04%
set-88	3,95%
ago-88	-3,13%
lug-88	2,03%
giu-88	10,05%
mag-88	3,66%
apr-88	1,54%
mar-88	-5,33%
feb-88	4,62%
gen-88	10,29%
dic-87	3,04%
nov-87	-13,64%
ott-87	-26,34%
set-87	-0,67%
ago-87	1,13%
lug-87	6,33%
giu-87	5,17%



cO

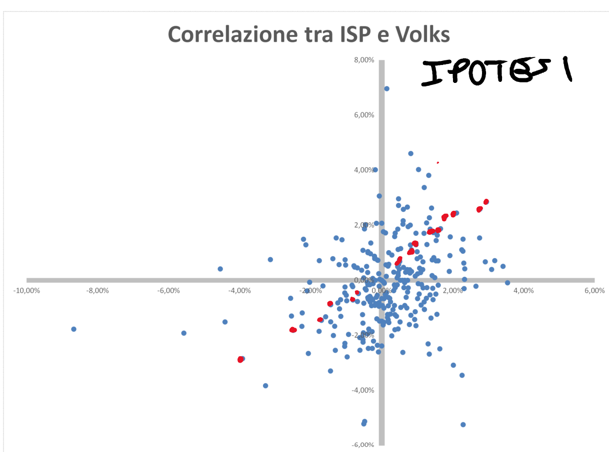


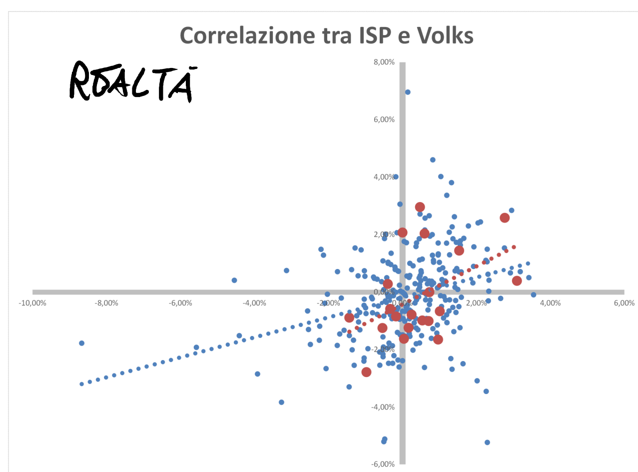
Correlazione esponenziale $\Rightarrow \rho_{exp}$

$$\rho_{A;B}^{\text{semple}} = \frac{Cov_{\text{semple}}(R_A;R_B)}{\sigma_A^{\text{semple}} \cdot \sigma_B^{\text{semple}}} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} (R_i^A - \bar{R}_A)(R_i^B - \bar{R}_B)}{n-1}}{\sigma_A^{\text{semple}} \cdot \sigma_B^{\text{semple}}}, \quad \text{con } \bar{R}_A = \bar{R}_B = \emptyset$$

$$\rho_{A:B}^{EXP} = \frac{Cov_{EXP}(R_A:R_B)}{\sigma_A^{EXP} \cdot \sigma_B^{EXP}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (1-\lambda)\cdot\lambda^{i-1}(R_i^A - \bar{R}_A)(R_i^B - \bar{R}_B)}{\sigma_A^{EXP} \cdot \sigma_B^{EXP}}, \quad \text{con } \bar{R}_A = \bar{R}_B = \emptyset$$

Analisi Grafica





Calcolo della correlazione esponenziale (su ercel)

Date	Intesa SP	VOLKSW
30/08/2024	0,97%	-1,65%
29/08/2024	0,73%	0,00%
28/08/2024	0,04%	-1,62%
27/08/2024	1,01%	-0,66%
26/08/2024	-0,39%	0,28%
23/08/2024	1,53%	1,45%
22/08/2024	0,17%	-1,24%
21/08/2024	0,60%	2,04%
20/08/2024	-0,54%	-1,25%
19/08/2024	0,47%	2,96%
16/08/2024	3,10%	0,40%
15/08/2024	0,00%	2,07%
14/08/2024	0,71%	-1,00%
13/08/2024	-0,17%	-0,84%
12/08/2024	0,54%	-0,98%
09/08/2024	0,25%	-0,78%

CORR SEMPLICE	
1	0,30
0,30	1

CORR ESPON	
1	0,36
0,36	1

COV ESPON $\lambda = 0{,}94$	
0,0001928	0,0000717
0,0000717	0,0002078

Dal modello **Asset Normal** al modello **Delta Normal**

↳ Var. Aleatorie: Rend. Titoli · ↳ Variabili Aleatorie: Rend. dei MKT AZIONARI

Il modello Delta Normal è meno preciso di quello Asset Normal, ma ha il vantaggio di essere di più facile stima e di arrivare al calcolo del VaR riducendo sensibilmente il numero degli input da stimare.

Il Problema del Modello Asset Normal

$$VaR_{PORT} = \sqrt{[VaR_1\ VaR_2 \cdots VaR_K] \times \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \ddots \\ & & & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} VaR_1 \\ VaR_2 \\ \vdots \\ VaR_K \end{bmatrix}}$$

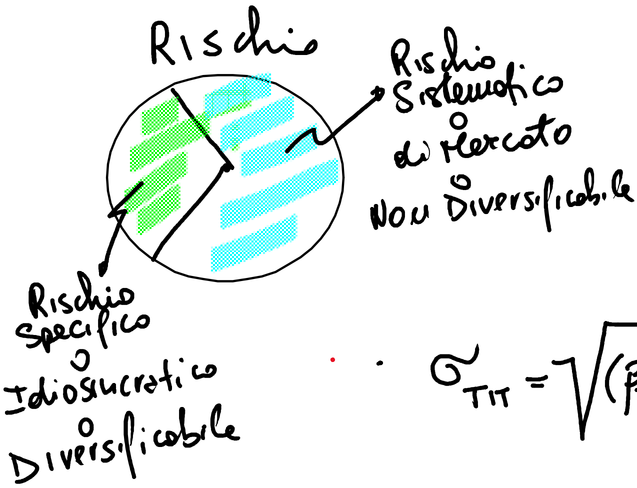
$= 55.000$ Titoli $\Rightarrow VaR_{AN}$ $\begin{cases} 55.000 \text{ Volatilità} \\ 1 \text{ MILIARDO e } 500 \text{ MLN di correlazioni} \end{cases}$

↳ Come promuovere una semplificazione del calcolo ricorrendo all'Approccio Δ Normal

Calcolo del VaR con il modello Delta Norma di una solo Titolo

↳ Riferimento "teorico" $\Rightarrow$ CAPM (Capital Asset Pricing Model)

σ_{TIT} $\beta_{TIT} \cdot \sigma_{MKT}$ σ_{ε}



$$\Rightarrow \underbrace{\text{Rischio}_{\text{AZIONE}}}_{\sigma_{TIT}} = f\left(\text{Rischio Sistem.} ; \text{Rischio Specifico}\right)$$

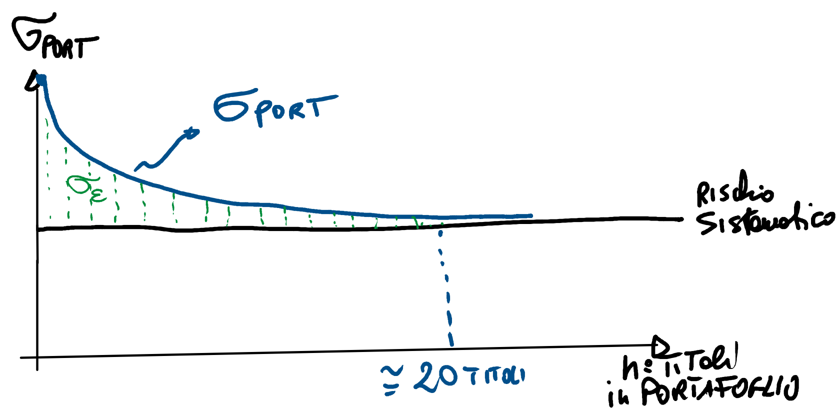
$$\sigma_{TIT} = \sqrt{(\beta_{TIT} \cdot \sigma_{MKT})^2 + (\sigma_\varepsilon)^2 + \cancel{2 \cdot (\beta_{TIT} \cdot \sigma_{MKT}) \cdot (\sigma_\varepsilon)} \cdot \rho_{\varepsilon;MKT}}$$

$\rho_{\varepsilon;MKT} \to \emptyset$

$$\Downarrow$$

$$\sigma_{TIT} = \sqrt{(\beta_{TIT} \cdot \sigma_{MKT})^2 + (\sigma_\varepsilon)^2}$$

Quando un portafoglio è ben diversificato (15-20 titoli equipesati e appartenenti a più settori), il rischio specifico del portafoglio si azzera e il portafoglio è influenzato dalla sola componente sistematica



Sotto l'ipotesi che il portafoglio azionario sia ben diversificato, siamo legittimati ad stimare il VaR misurando la sola componente di rischio sistematico $\Rightarrow$ Rischio Specifico è assunto pari a zero

$$\sigma_{TIT} = \sqrt{(\beta_{TIT} \cdot \sigma_{MKT})^2 + \cancel{(\sigma_\varepsilon)^2}} = \sqrt{(\beta_{TIT} \cdot \sigma_{MKT})^2} \cong \beta_{TIT} \cdot \sigma_{MKT}$$

ASSET NORMAL: DELTA NORMAL:

$$VaR_{TIT} = VM \times K \cdot \sigma_{TIT} = VM \times K \cdot (\beta_{TIT} \cdot \sigma_{MKT})$$

- volatilità dei rend. dei titoli

- volatilità dei rendim. dei MKT
- Beta dei titoli

$$\beta_{TIT} = \frac{Cov(R_{TIT} ; R_{MKT})}{\sigma^2_{MKT}}$$

$$\beta_{TIT} = \frac{cov(R_{TIT}; R_{MKT})}{\sigma^2_{MKT}}$$

$$\beta^{espon}_{TIT} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (1-\lambda)\cdot\lambda^{i-1}\cdot(R_{i,T}-\bar{R}_T)(R_{i,M}-\bar{R}_M)}{\sigma^2_{espon\ MKT}}$$

Delta Normal: Dal singolo titolo al Portafoglio

Apple
IBM
Nokia
ENI
ENEL
TESCA
BMW
STEEL.
ISP
VOLKS
Sony
Sams.

(A) MAPPING: RAGGRUPP. TITOLI x MKT DI QUOTAZIONE

IT

Calcolo VaR singoli titoli (B)

$$\begin{cases} VaR_{1\,ITA} = VM_{1\,ITA} \cdot K \cdot \beta_{1\,ITA} \cdot \sigma_{MKT\,ITA} \\ \vdots \\ VaR_{H\,ITA} = VM_{H\,ITA} \cdot K \cdot \beta_{H\,ITA} \cdot \sigma_{MKT\,ITA} \end{cases}$$

GER

$\{ VaR$ R TITOLI

USA

$\{ VaR$ B TITOLI

GIAPP.

$$\begin{cases} VaR_{1\,JAP} = VM_{1\,JAP} \cdot K \cdot \beta_{1\,GIAP} \cdot \sigma_{MKT\,JAP} \\ \vdots \\ VaR_{Z\,JAP} = VM_{Z\,JAP} \cdot K \cdot \beta_{Z\,JAP} \cdot \sigma_{MKT\,JAP} \end{cases}$$

(C) Aggrego i VaR dei titoli quotati sullo stesso MKT

$$\begin{bmatrix} VaR_{ITA} = \sum_{i=1}^{H} VaR_{i\,ITA} \\ VaR_{GER} = \sum_{j=1}^{R} VaR_{j\,GER} \\ VaR_{USA} = \sum_{j=1}^{B} VaR_{j\,USA} \\ \vdots \\ VaR_{JAP} = \sum_{i=1}^{Z} VaR_{i\,JAP} \end{bmatrix}$$

(d) Aggregare i VaR dei vari Mercati

$$VaR_{PORT} = \sqrt{[VaR_{ITA}\ VaR_{GER} \dots VAR_{JAP}] \cdot \begin{bmatrix} 1 & \rho_{TRA\,MKT} & \\ & 1 & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} VaR_{ITA} \\ VAR_{GER} \\ \vdots \\ VaR_{JAP} \end{bmatrix}}$$

Esempio di stima del VaR di un portafoglio azionario con il metodo Delta Normal