

Esercitazione 4

13/05/2025

Esercizio 1 Trovate gli equilibri di Nash in strategie miste del gioco rappresentato nella seguente bi-matrice:

		Player 2			
		LL	L	RR	R
Player 1	U	(7,3)	(6,3)	(5,5)	(4,7)
	M	(4,2)	(5,8)	(8,6)	(5,8)
	D	(6,1)	(3,8)	(2,4)	(6,9)

Esercizio 2 Si consideri il seguente gioco bayesiano: il giocatore 1 può essere del tipo a o del tipo b ; ed entrambi i tipi sono ugualmente probabili. Il giocatore 2 non ha informazione privata. A seconda dei tipi del giocatore 1, i payoff dei due giocatori dipendono dalle loro azioni in $A_1 = \{U, D\}$ e $A_2 = \{L, C, R\}$ come mostrato nella seguente matrice.

		L	C	R			L	C	R
		U	(4,-1)	(3, 0)			(3,-3)	U	(4,-1)
		D	(5,4)	(2,5)	(2,0)	D	(5,4)	(2,0)	(2,5)
		$t_1 = a$			$t_1 = b$				

Si mostri che questo gioco ha un unico equilibrio Bayesiano di Nash, in cui il payoff atteso del giocatore 2 è superiore al suo payoff nell'unico equilibrio di qualsiasi gioco correlato in cui conosce il tipo del giocatore 1.

Esercizio 3 Si consideri la seguente situazione strategica. Due eserciti nemici sono intenzionati ad impadronirsi di un'isola. Il generale di ogni esercito può scegliere se "attaccare" o "non attaccare". Inoltre, ogni esercito è "forte" o "debole" con uguale probabilità (i sorteggi per ogni esercito sono indipendenti), e il tipo di un esercito è noto solo al suo generale. I payoff sono i seguenti: L'isola vale $M = 10$ se catturata. Un'armata può catturare l'isola sia attaccando quando il suo avversario non lo fa, sia attaccando quando lo fa il suo rivale, se è forte e il suo rivale è debole. Se due armate di uguale forza attaccano entrambe, nessuna cattura l'isola. Un esercito ha anche un "costo" di combattimento, che è s se è forte e w se è debole, dove $s = 6$ e $w = 8$: Non c'è alcun costo se il rivale non attacca. Si modelli questa situazione come un gioco bayesiano e si identifichino tutti gli equilibri bayesiani di Nash nelle strategie pure.

Esercizio 4 Si consideri la seguente asta. Ci sono $n > 1$ giocatori che competono per un oggetto. La valutazione dell'oggetto da parte del giocatore i è v_i , e $v_1 > v_2 > \dots > v_n > 0$. I giocatori presentano simultaneamente le loro offerte. Il giocatore con l'offerta più alta ottiene il premio e paga la sua offerta (se due o più giocatori presentano l'offerta più alta, il giocatore con l'indice più basso ottiene l'oggetto). Un giocatore non paga nulla se non ottiene il premio. Mostrare che in tutti gli equilibri di Nash il giocatore 1 ottiene l'oggetto.