Lezioni di economia monetaria e creditizia

Il modello di Kiyotaki-Wright

Fabrizio Mattesini

Università di Roma "Tor Vergata"

February 21, 2016

Il modello di Kiyotaki-Wright

- Formalizza in modo rigoroso alcuni dei concetti di cui sopra
- Il tempo è discreto e continua per sempre
- Grandissimo numero di agenti (continuo nell'intervallo (0,1)) con vita infinita
- Gli agenti si specializzano nella produzione e nel consumo di beni differenziati.
- C'è cioè un insieme K di beni e gli individui consumano soltanto una frazione di questi beni
- I beni sono indivisibili e deperibili.
- Ciascun individuo produce, con un costo $C \geq 0$, beni che appartengono a qualche sottoinsieme di K, ma derivano utilità $U \geq C$ dal consumo di beni che appartengono ad un altro sottoinsieme

- α : probabilità d'incontrare qualcuno in un periodo. Diversi tipi d'incontro.
- x : probabilità che ad un agente piaccia ciò che l'altro produce ma non viceversa (Incontro con coincidenza singola)
- x^2 : probabilità che ad un agente piaccia ciò che l'altro produce e viceversa (incontro con doppia coincidenza)
- Nel caso di doppia coincidenza, appena consumato un agente produce di immediatamente di nuovo al costo C
- Allocazione efficiente: produrre ogniqualvolta incontri qualcuno a cui piace il bene che puoi produrre
- V^C : payoff derivante da questa allocazione "cooperativa"

$$\begin{aligned} V^C &= \alpha x(U+\beta V^C)+\alpha x(-C+\beta V^C)+\alpha x^2(U-C+\beta V^C) \\ &\quad +(1-2\alpha x-\alpha x^2)\beta V^C \\ &= \alpha(x+x^2)(U-C)+\beta V^C \end{aligned}$$

- Se un agente potesse impegnarsi in modo credibile ex ante, tutti produrrebero l'allocazione efficiente
- Se però non possono, dobbiamo preoccuparci degli incentivi
- Per indurre gli agenti a produrre in un incontro con coincidenza singola dobbiamo imporre il seguente vincolo

$$-C + \beta V^C \geq V^D$$

dove V^D è il payoff che l'individuo ottiene quando non ha rispettato l'impegno (deviazione)

- Supponiamo per esempio che la società possa escludere un individuo che ha deviato da tutti i possibili incontri con coincidenza singola. L'individuo potrà scambiare soltanto in un regime di puro baratto. In questo caso il payoff è $V^B = \alpha x^2 (U - C)/(1-\beta)$
- Se il payoff della deviazione, per un individuo, è quello di continuare in un regime di puro baratto, $V^D = \beta V^B$.
- In questo caso il vincolo diventa

$$[1 - \beta(1 - \alpha x)]\, C \leq \beta \alpha x U \tag{1}$$

- Con $x > 0$ la disuguaglianza dice che possiamo raggiungere un'allocazione efficiente solo se C è piccolo e se le frizioni relative (come α e x) non sono troppo severe
- Se (1) è soddisfatta possiamo interpretare lo scambio come un sistema di credito
- Se è possibile per la società imporre un vincolo come (1) la moneta non è essenziale.
- Questo però richiede che tutte le deviazioni siano osservate e gli individui possano essere puniti

- Se non c'è monitoraggio e il record keeping non è sempre possibile, la moneta può essere essenziale
- Consideriamo per esempio che gli agenti siano anonimi.
- Gli agenti, cioè, s'incontrano in modo casuala e possono osservare ciò che succede nel proprio meeting ma non cosa succede negli altri meeting.
- Se un agente devia, la probabilità che qualcuno che incontra successivamente lo venga a sapere è zero

- Introduciamo adesso un oggetto intrinsicamente inutile (che non può essere ne usato come bene di consumo ne come fattore di produzione)
- Questione importante: Cosa rende un oggetto un buon mezzo di scambio?
- Spesso si fa riferimento a proprietà quali: riconoscibilità, durata, divisibilità.
- Menger (1981) parla di accettibilità. Probabilità che l'oggetto venga accettato dagli agenti in cambi di beni.
- In realtà l'accettabilità non è la proprietà di un oggetto, ma la proprietà di una convenzione sociale
- In termini tecnici è la proprietà di un equilibrio, o la proprietà di un oggetto in un particolare equilibrio

- Supponiamo che alla data iniziale una frazione M di agenti sia dotata di moneta e una frazione $1 - M$ sia dotata di beni
- Per semplicità supponiamo che la moneta sia indivisibile e che ciascun individuo sia dotato di un'unità di moneta
- Gli agenti s'incontrano bilateralmente in modo casuale e scambiano solo se ciò è vantaggioso per entrambi
- Piccolo costo ε in termini di disutilità che un agente paga quando riceve un bene in cambio
- Cerchiamo equilibri di Nash.
- Un individuo sceglie se scambiare o meno per massimizzare il valore scontato dell'utilità attesa del consumo al netto dei costi di produzione e di transazione, prendendo le strategie degli altri come date

- Consideriamo equilibri simmetrici e stazionari
- Quando gli equilibri sono simmetrici l'accettabilità dei beni è la stessa e non c'è vantaggio dallo scambiare un bene per un altro se questo non è consumato
- Dato che c'è un costo di transazione gli agenti non scambiano mai un bene con un altro a meno che non sia il bene che desiderano consumare
- Viene usata soltanta moneta fiduciaria, mentre un bene non viene mai usato come moneta
- Dato che x è la probabilità con cui un bene vene consumato, x è anche una misura dell'accettabilità di un bene
- Come nel caso precedente, la doppia coincidena dei bisogni, avviene con probabilità x^2

- Supponiamo che un agente accetti la moneta con probabilità π quando gli altri l'accettano con probabilità Π
- V_c è il payoff di un agente quando ha un bene e V_m è il payoff quando ha moneta
- $\frac{1}{1+r}$ è il fattore di sconto tra periodi
- Un agente che ha in mano un bene lo scambia con un altro bene solo nel caso di doppia coincidenza, che avviene con probabilità $(1-M)x^{2\cdot}$. In questo caso riceve utilità $U - C - \varepsilon$
- L'agente finirà nel periodo successivo con moneta se incontra un agente con moneta e entrambi decidono di scambiare. Ciò avviene con probabilità $Mx\pi$.
- In tutti gli altri casi, l'agente finirà nel periodo successivo con un bene. Perciò

$$V_c = \frac{1}{1+r}\left\{(1-M)x^2\left(U-C-\varepsilon\right)+Mx\pi V_m+(1-Mx\pi)V_c\right\}$$

- Un agente che ha in mano moneta acquisisce un bene solo se incontra un altro agente con un bene e i due decidono di scambiare. In questo caso l'agente consuma e poi produce un altro bene. Ciò avviene con probabilità $(1-M)x\Pi$
- Altrimenti, con probabilità $1-(1-M)x\Pi$ l'agente si trova nel periodo successivo ancora con moneta. Perciò

$$V_m = \frac{1}{1+r}\left\{(1-M)x\Pi\left(U-C-\varepsilon+V_c\right)+\left[1-(1-M)x\Pi\right]V_m\right\}$$

- Moltiplicando per $1+r$ abbiamo

$$\begin{aligned} rV_c &= (1-M)x^2\left(U-C-\varepsilon\right)+Mx\pi\left(V_m-V_c\right) \\ rV_m &= (1-M)x\Pi\left(U-C-\varepsilon\right)+(1-M)x\Pi\left(V_c-V_m\right) \end{aligned}$$

- Sottraendo

$$V_c - V_m = \frac{(1-M)x\,(U - C - \varepsilon)}{r + Mx\pi + (1-M)x\Pi}\,(x - \Pi)$$

- Tre strategie ottimali
- $\Pi < x : V_c > V_m$. La moneta è meno accettabile dei beni. La strategia ottimale è $\pi = 0$
- $\Pi > x : V_c < V_m$. La moneta è più accettabile dei beni. La strategia ottimale è $\pi = 1$
- $\Pi = x : V_c = V_m$. L'agente è indifferente tra moneta e beni. La strategia ottimale è un qualsiasi $\pi \in (0,1)$

- Ai tre casi corrispondono tre possibili equilibri simmetrici ottenuti ponendo $\pi = \Pi$
- Sono possibili molteplici equilibri caratterizzati da un diverso grado di accettabilità della moneta.
- Equilibri che is autorealizzano (self-fulfilling). Il grado di accettabilità atteso si realizza in equilibrio
- Nel modello di Kiyotaki Wright la moneta ha valore anche se non ha valore intrinseco. Ha valore a causa della sua liquidità
- Si può dimostrare che l'equilibrio con moneta produce più benessere dell'equilibrio con baratto.
- Tuttavia un equilibrio con baratto non può essere escluso (tenuousness of fiat money)

- Problemi con il modello: i prezzi sono fissi perchè ciascuna transazione implica uno scambio uno a uno.
- Il problema è analitico: si deve tener conto della distribuzione della moneta nel tempo
- Shi (1995) e Trejos-Wright (1995) propongono modelli dove i beni sono perfettamente divisibili ma la moneta è indivisibile
- Lagos-Wright(2005) propongono un modello dove sia la moneta che i beni sono divisibili