Lezioni di economia monetaria e creditizia

L'instabilità del sistema bancario. Il modello di Diamond Dybvig

Fabrizio Mattesini

Università di Roma "Tor Vergata"

March 17, 2016

La banca

- Una definizione di banca:

Un'istituzione la cui attività prevalente consiste nell'erogare prestiti e raccogliere depositi dal pubblico

- In questa denizione sono presenti tre aspetti rilevanti:

1. il concetto di attività prevalente
2. la presenza simultanea di raccolta fondi ed erogazione prestiti
3. il riferimento al pubblico

Principali funzioni delle banche

- gestione del sistema di pagamenti
- attività di trasformazione delle attività
- gestione dei rischi
- raccolta di informazioni e monitoraggio dei debitori

- Storicamente, le banche hanno svolto una duplice funzione nell'attività di gestione dei pagamenti in moneta cartacea: cambiavalute e gestione dei depositi
- Originariamente, le somme depositate non venivano concesse in prestito, ma conservate in modo sicuro
- Nella gestione del sistema dei pagamenti, le banche fornivano un sistema di compensazione delle posizioni dei debitori e dei creditori più affidabile ed efficiente del trasporto fisico di monete e banconote

- Quality transformation: i depositi bancari forniscono ai risparmiatori una migliore combinazione rischio-rendimento
- Questo accade per due ragioni principali:
  1. l'indivisibilità dei progetti da finanziare non consente ai risparmiatori di ottenere un'adeguata diversificazione del rischio
  2. la presenza di informazione asimmetrica non consente ai risparmiatori un'adeguata valutazione dei rischi connessi al progetto da finanziare

- Maturity transformation: le banche consentono una trasformazione di attività a breve scadenza (depositi) in attività a lunga scadenza (prestiti concessi ai prenditori di fondi)
- Tale attività è intrinsicamente rischiosa, e una parte rilevante della teoria bancaria consiste nell'analisi e nella gestione dei rischi ad essa connessi
- Le principali tipologie di rischi connessi all'attività bancaria sono: il rischio di credito (credit risk), il rischio relativo al tasso di interesse (interest rate risk) e il rischio di liquidità (liquidity risk)

- Il credit risk dipende dall'eventuale impossibilità del debitore di ripagare il proprio debito
- L'utilizzo di garanzie (collateral) nasce dall'esigenza di limitare l'impatto di questo tipo di rischi
- L'interest rate risk dipende dal fatto che il costo dei fondi che la banca, legato all'andamento dei rendimenti a breve termine, può modificarsi nel tempo e superare il rendimento dei prestiti concessi, che è fissato contrattualmente
- Il liquidity risk dipende dal fatto che, anche se non viene pagato interesse sui depositi, la banca può subire un volume inatteso di prelievi, che la costringe alla ricerca di fonti di finanziamento più costose

- L'attività di monitoraggio consiste nel selezionare le richieste di nanziamento e vigilare sulla realizzazione del progetto finanziato
- In questo modo, le banche sviluppano relazioni prolungate (long-term relationships) con i soggetti finanziati e in questo modo tendono a ridurre i problemi associati al moral hazard da parte di questi ultimi
- Questa caratteristica rappresenta una differenza fondamentale rispetto al finanziamento ottenuto tramite mercati finanziari
- Il valore delle obbligazioni emesse nei mercati finanziari riflette l'informazione disponibile sul mercato; al contrario il valore del prestito concesso è in genere di diffcile valutazione da parte dei soggetti estranei al rapporto banca-impresa

Il modello di Diamond Dybvig

- Consideriamo un'economia popolata da un elevato numero di consumatori (più precisamente un continuo)
- L'economia dura tre periodi: $t = 0, 1, 2$
- Unico bene che può essere usato come bene di consumo, bene d'investimento e serve come numerario
- Due tipi d'investimento
- Investimento a breve termine ("liquido"): un' unità investita in $t = 0$ fornisce un rendimento reale pari a 1 dopo un periodo
- Investimento a lungo termine ("illiquido"): una unità investita in $t = 0$ fornisce un rendimento reale pari a $R > 1$ dopo due periodi
- Se l'attività illiquida è liquidata prematuramente alla data 1, paga $0 \leq r < 1$ unità del bene per ciascuna unità investita. Per adesso asumiamo che $r = 0$.

- Ogni consumatore ha una dotazione iniziale di una unità di bene in $t = 0$ e nessuna dotazione in $t = 1; 2$
- Ogni consumatore può essere di tipo "impaziente" oppure di tipo "paziente"
- Nel primo caso, il consumatore non ottiene alcuna utilità dal consumo nel periodo $t = 2$; nel secondo caso il consumatore non ottiene alcuna utilità dal consumo nel periodo $t = 1$
- Ciascun consumatore "scopre" il proprio tipo in $t = 1$
- La probabilità che un consumatore sia impaziente è pari a λ
- La funzione di utilità dell'agente, pertanto è definita da

$$u(c_1, c_2) = \begin{cases} U(c_1) & \text{con probabilità } \lambda \\ U(c_2) & \text{con probabilità } 1 - \lambda \end{cases}$$

- Dato che c'è un continuo di agenti e gli shock alle preferenze sono indipendenti, si applica la "legge dei grandi numeri"
- La probabilità di essere un consumatore impaziente è uguale al numero λ di consumatori impazienti
- Ciascun consumatore è incerto relativamente al proprio tipo, ma non c'è incertezza sulla proporzione dei tipi nella popolazione

- Il problema del mismatch tra struttura dei rendimenti e preferenze temporali:
- Se un agente conoscesse il suo tipo nel periodo 0 potrebbe effettuare un'investimento che dà la possibilità di consumare esattamente nel periodo in cui desidera farlo
- Il problema è che, al momento dell'investimento, non conosce le sue preferenze circa il consumo:
- Se investe nell'attività liquida ma poi si rende conto di essere paziente si pentirà di non aver investito nell''attività illiquida
- Se investe nell'attività illiquida ma poi si rende conto di essere un consumatore impaziente non riesce a consumare

Il mercato delle attività finanziarie nel modello di Diamond Dybvig

- Supponiamo che esista un mercato dove un individuo può vendere l'attività illiquida ad un prezzo P dopo aver scoperto il suo tipo
- A $t = 0$ un individuo ha una dotazione iniziale di un'unità del bene.
- Supponiamo che investa in un portafoglio (x, y) dove x è l'ammontare di attività illiquide e y è l'ammontare di attività liquide
- Il vincolo di bilancio è

$$x + y \leq 1$$

- Se l'individuo scopre di essere del tipo 1 (consuma presto) il possesso dell'attività liquida gli garantisce y unità di consumo. In più può vendere l'attività illiquida per Px del bene. Per cui

$$c_1 \leq y + Px$$

- Se l'agente scopre di essere del tipo 2 rialloca il suo portafoglio e sceglie d'investire tutto sull'attività illiquida
- il rendimento dell'attività illiquida, infatti, è sempre maggiore o uguale del rendimento dell'attività liquida
- Se questo non fosse vero nessuno sarebbe disponibile a detenere l'attività illiquida e il mercato non potrebbe mai raggiungere l'equilibrio
- Ciò implica che $P \leq R$.
- Un consumatore del tipo 2 allora detiene x unità dell'attività illiquida e scambia il rendimento dell'attività liquida con y/P unità dell'attività illiquida
- Il suo consumo è

$$c_2 = \left(x + \frac{y}{P}\right) R$$

- Possiamo semplificare il problema dimostrando che in equilibrio $P = 1$
- Procedura di dimostrazione: supponiamo che $P \neq 1$ e dimostriamo che ciò porta ad una contraddizione
- Supponiamo che $P > 1$. In questo caso l'attività illiquida domina sempre l'attività liquida (detenendo e poi vendendo l'attività illiquida ottiene più bene di consumo di quanto otterrebbe detenendo l'attività liquida)
- $\Rightarrow$ nessuno vorrà detenere l'attività liquida a $t = 0$.
- I consumatori del tipo 1 cercheranno di vendere l'attività illiquida, ma non ci sono compratori cosicchè $P = 0$: contraddizione!

- Supponiamo che $P < 1$. In questo caso nessuno vorrà detenere l'attività illiquida al tempo 0.
- I consumatori del tipo 1 consumeranno i rendimenti dell'attività liquida ottenendo un rendimento $1 > P$.
- I consumatori del tipo 2 cercheranno di comprare l'attività liquida per ottenere un rendimento $R/P > R$.
- Ma nessuno possiede l'attività liquida e questo spingerà il prezzo fino al punto in cui $P = R$: un'altra contraddizione!
- Ne consegue che sempre $P = 1$

- Il consumo dell'agente diventa

$$\begin{aligned} c_1 &= y + Px = x + y = 1 \\ c_2 &= \left(x + \frac{y}{P}\right) R = (x + y)R = R \end{aligned}$$

- L'utilità attesa, in equilibrio, è data da

$$\lambda U(1) + (1 - \lambda) U(R)$$

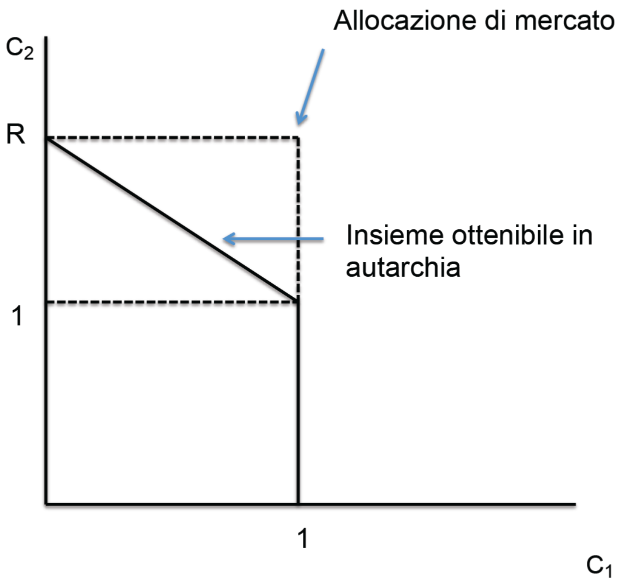
- Livello di benessere da usare come metro di paragone per valutare altri sistemi, come il sistema bancario

La soluzione autarchica

- Se non c'è mercato finanziario in cui scambiare attività avremo:

$$
\begin{aligned}
c_1 &= y \\
c_2 &= y + R(1-y)
\end{aligned}
$$

- Confrontando i due insiemi ottenibili, l'allocazione di mercato è chiaramente migliore!


Allocazione di mercato
C2
R
Insieme ottenibile in autarchia
1
1
C1

- Il mercato fornisce liquidità permettendo all'investitore di convertire in $t = 1$ l'attività illiquida in consumo al prezzo $P = 1$
- Dato che il mercato è perfettamente concorrenziale l'investitore può comprare e vendere al prezzo di equilibrio e il prezzo rimane lo stesso. Il mercato è **perfettamente liquido**
- Il mercato però è **inefficiente** perchè **incompleto**
- Incompleto significa che non c'è un mercato al tempo 0 in cui un investitore può comprare **il bene con consegna al tempo** 1 **condizionata alla realizzazione del suo tipo**

La soluzione efficiente

- Consideriamo un pianificatore che sceglie x e y, e poi sceglie il consumo degli impazienti al tempo 1 e dei pazienti al tempo 2.
- L'unico suo vincolo è che l'allocazione deve essere possibile. Al tempo 0 :
$$x + y = 1$$
- Dato che la frazione di consumatori impazienti è λ al tempo 1 dobbiamo avere
$$\lambda c_1 \leq y$$
- Se la disuguaglianza è stretta, una parte del bene può essere reinvestita nell'attività liquida e consumata al tempo 2.
- La quantità totale del bene al tempo 2, pertanto, (in termini pro-capite) è $Rx + (y - \lambda c_1)$.
- L'insieme delle allocazioni possibili al tempo 2 pertanto è dato da
$$(1 - \lambda)c_2 \leq Rx + (y - \lambda c_1)$$

- Il pianificatore massimizza

$$\lambda U(c_1) + (1-\lambda)U(c_2)$$

- Il problema si può semplificare dimostrando che sempre $y = \lambda c_1$.
- Di nuovo dimostrazione per contraddizione.
- Supponiamo che invece $y > \lambda c_1$ e cioè che parte del bene è lasciato per per il periodo 2
- Potremmo allora ridurre l'ammontare investito nel bene liquido a $t = 0$ di un $\varepsilon > 0$ e investirlo nel bene illiquido
- Il cambiamento netto nell'ammontare di beni disponibili sarebbe $R\varepsilon - \varepsilon = (R-1)\varepsilon > 0$
- Sarebbe allora possibile aumentare il consumo dei tipi 2 senza ridurre il consumo dei tipi 1
- Ma questo non è possibile se il piano è ottimale!

- Pertanto l'allocazione ottimale implica

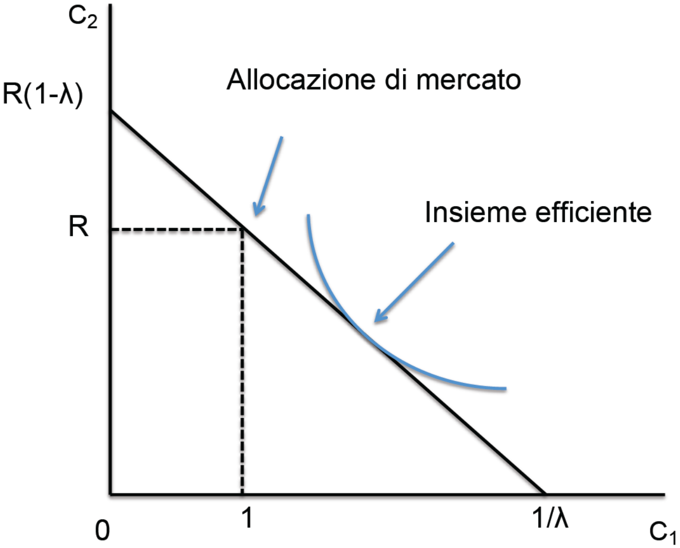
$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{y}{\lambda} \\ c_2 &= \frac{Rx}{1-\lambda} \end{aligned}$$

- Dato che il vincolo delle risorse a $t = 0$ implica $x = 1 - y$, il problema del pianificatore diventa quello di scegliere un $y \in [0, 1]$ che massimizza

$$\lambda U\left(\frac{y}{\lambda}\right) + (1-\lambda)\left(\frac{R(1-y)}{1-\lambda}\right)$$

- Le condizioni del primo ordine implicano

$$U'\left(\frac{y}{\lambda}\right) - U'\left(\frac{R(1-y)}{1-\lambda}\right) R = 0 \text{ oppure } U'(c_1) = U'(c_2) R$$


C2
R(1-λ)
Allocazione di mercato
Insieme efficiente
R
0
1
1/λ
C1

- Dal grafico possiamo confrontare l'allocazione di mercato e l'allocazione efficiente
- L'allocazione di mercato potrebbe essere efficiente ma tipicamente non lo è
- Consideriamo per esempio

$$U(c) = \frac{c^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

- noi sappiamo che $\sigma = -cU''(c)/U'(c)$ è il coefficiente di avversione relativa al rischio.
- In questo caso $U'(c_1) = U'(c_2)R$ può essere riscritto come

$$\frac{c_2}{c_1} = R^{\frac{1}{\sigma}}$$

- Noi sappiamo che secondo la soluzione di mercato i consumatori impazienti ricevono 1 e i consumatori pazienti ricevono $R > 1$
- Solo quando $\sigma = 1$ (funzione di utilità logaritmica) l'allocazione di mercato è efficiente
- Se invece $\sigma > 1$ un'allocazione efficiente dovrebbe fornire più assicurazione aumentando il consumo degli impazienti e diminuendo quello dei pazienti
- Se invece $\sigma < 1$ c'è paradossalmente troppa liquidità. Un'allocazione efficiente dovrebbe ridurre il consumo degli impazienti e aumentare quello dei pazienti
- Importante: provvedere assicurazione è costoso. Per dare più assicurazione agli impazienti dobbiamo una maggiore quantià dell'attività liquida e una minore quantità di quella illiquida
- Dato che il rendimento dell'attività illiquida è maggiore, un aumento dell'attività liquida implica minor consumo complessivo

Mercati completi

- Supponiamo che un individuo, a $t = 0$, possa comprare una quantità di consumo al tempo 1 al prezzo q_1 se è impaziente e una quantità di consumo al tempo 2 al prezzo q_2 se è paziente
- I prezzi sono misurati in termini del bene di consumo a $t = 0$
- Il prezzo implicito dei beni a $t = 2$ in termini dei beni a $t = 1$ è $p = P/R$
- Il vincolo di bilancio per un individuo a $t = 0$ pertanto è

$$q_1 \lambda c_1 + q_2 p (1 - \lambda) c_2 \leq 1$$

- Con probabilità λ domanda c_1 unità di consumo da effettuarsi in $t = 1$ e e il valore attuale di λc_2 è $q_2 \lambda c_2$.
- Con probabilità $1 - \lambda$ domanda c_2 unità di consumo da effettuarsi in $t = 2$ e il valore attuale di $(1 - \lambda) c_2$ è $q_2 (1 - \lambda) c_2$.
- L'individuo sceglie (c_1, c_2) to maximize $\lambda U(c_1) + (1 - \lambda) U(c_2)$ dato il vincolo di cui sopra

- Le condizioni del primo ordine implicano

$$\frac{U'(c_1)}{U'(c_2)} = \frac{q_1}{pq_2}$$

- Dato che la tecnologia d'investimento esibisce rendimenti costanti di scala, i prezzi di equilibrio devono soddisfare due condizioni di non arbitraggio.
- Per ottenere un'unità del bene a $t = 1$ è necessario investire 1 unità nell'attività liquida al tempo 0. Pertanto ci saranno profitti 0 dall'investimento nell'attività liquida soltanto se $q_1 = 1$
- Per ottenere un'unità del bene a $t = 2$ è necessario investire $1/R$ unità nell'attività illiquida al tempo 0. Pertanto ci saranno profitti 0 dall'investimento nell'attività liquida soltanto se $pq_2 = 1/R$
- Questo implica

$$\frac{U'(c_1)}{U'(c_2)} = R$$

- La soluzione efficiente

La banca

- Una banca, mettendo insieme gli investimenti dei depositanti, può fornire assicurazione contro gli shock delle preference e permettere ai consumatori impazienti di condividere i maggiori rendimenti derivanti dall'attività illiquida
- La banca prende un'unità del bene da ciascun agente al tempo 1 e lo investe in un portafoglio (x, y) che consiste in x unità del bene illiquido e in y unità del bene liquido
- Dato che non c'è incertezza aggregata, la banca può offrire a ciascun consumatore un profilo di consumo (c_1, c_2), dove c_1 è il consumo del consumatore impaziente e c_2 il consumo del consumatore paziente
- Possiamo interpretare (c_1, c_2) come un contratto di deposito in cui il depositante ha il diritto di ritirare o c_1 in $t = 1$ o c_2 alla data 2 ma non entrambi

- Assumiamo concorrenza perfetta e libero accesso al mercato del credito.
- La banca massimizza l'utilità attesa ex-ante del depositante tipo, dato il vincolo di profitto zero a $t = 0$.
- Questo vincolo coincide con il vincolo a cui è soggetto il pianificatore:

$$x + y \leq 1$$

- A $t = 1$ la banca ha di fronte il seguente vincolo di bilancio

$$\lambda c_1 \leq y$$

- Dato che non è mai ottimale portare il consumo dal periodo 1 al periodo 2 detenendo l'attività liquida, possiamo scrivere il vincolo di bilancio della banca a $t = 2$ come

$$(1-\lambda)\, c_2 \leq Rx$$

- Il problema della banca è quello di massimizzare l'utilità attesa del depositante tipo

$$\lambda U(c_1) + (1-\lambda) U(c_2)$$

dati i due vincoli di cui sopra

- E' possibile verificare immeditamente che la banca raggiunge l'allocazione efficiente per i suoi clienti.

- E' importante osservare che questo modello ci dà:
    1. un modello della struttura per scandenza delle attività bancarie
    2. una teora della preferenza per la liquidità, modellata come incertezza sulla struttura temporale del consumo
    3. rappresenta la banca come un intermediario che fornisce assicurazione ai depositanti contro gli shock di liquidità

Le corse agli sportelli

- Supponiamo che (c_1, c_2) sia il contratto ottimale di deposito e che (x, y) sia il portafoglio ottimale della banca.
- Senza incertezza aggregata, il portafoglio (x, y) fornisce proprio l'ammontare ottimale di liquidità in ciascun periodo, supponendo che i consumatori impazienti ritirino nel period 1 e gli impazienti ritirino nel periodo 2
- Questo è chiaramente un equilibrio nel senso che la banca massimizza il suo obiettivo, che è il benessere del consumatore tipo, e gli individui decidono di ritirare i depositi per massimizzare il loro consumo

- Per ora abbiamo trattato l'attività che dà rendimenti dopo due periodi come totalmente illiquida
- Supponiamo invence che questa attività possa essere liquidata prematuramente nel periodo 1 e cioè un'unità dell'attività illiquida produca nel primo periodo $0 < r \leq 1$ unità del bene
- Assumiamo inoltre che la banca debba liquidare qualunque attività sia in suo possesso per soddisfare le domande dei consumatori che vogliono ritirare al tempo 1

- In questo caso abbiamo un altro equilibrio
- Per vedere questo supponiamo che tutti i depositanti, sia che siano impazienti che pazienti, decidano di ritarare nel periodo 1
- Il valore delle attività della banca, una volta liquidate in $t = 1$ sono

$$rx + y \leq x + y = 1$$

- La banca in $t = 1$ non può pagare i suoi depositanti più di un unità del bene
- Se $c_1 > rx + y$, la banca è insolvente e non può pagare più di una frazione dell'ammontare promesso

- Ancora più importante: tutti quelli che aspettano fino al periodo 2 non ottengono niente
- Tutte le attività della banca saranno usate nel periodo 1 per soddisfare le domande di coloro che desiderano consumare presto
- Tutti quelli che aspettano fino al periodo 2 non ritirano niente
- Perciò se un consumatore pensa che tutti gli altri ritireranno nel periodo 1 è ottimale per il consumatore impaziente ritirare nel periodo 1 e risparmiare fino al periodo 2
- La corsa agli sportelli è un fenomeno di equilibrio

- Gioco di coordinamento. (Importante: questo non è un gioco $2X2$. La scelta in colonna rappresenta le azioni di tutti i consumatori eccetto uno.)
- La matrice dei payoff è:

	Run	No Run
Run	$rx + y, rx + y$	c_1, c_2
No Run	$0, rx + y$	c_2, c_2

- Le righe corrispondono alla decisione individuale di un consumatore paziente
- Le colonne corrispondo alla decisione di tutti i consumatori pazienti
- E' evidente che se

$$0 < rx + y < c_1 < c_2$$

- La strategia (Run, Run) è un equilibrio e così anche la strategia (No Run, No Run)

- L'analisi fin qui fatta si basa sull'assunzione che la banca liquida tutte le sue attività per far fronte alla domanda di liquidità nel periodo 1
- Alcuni critici del modello hanno sostenuto che le corse agli sportelli possono essere impedite da una clausola di **sospensione della liquidità**
- Potrebbero impegnarsi a impedire il ritiro dei depositi se la proporzione di ritiri è uguale alla proporzione di consumatori impazienti.
- In questo caso i consumatori impazienti non hanno incentivi a ritirare

- Per rispondere a questa critica Diamond and Dybvig propongono il **sequential service constraint**
- Sotto questa ipotesi i consumatori si mettono in fila davanti al cassiere della banca e ritirano c_1 fino a quando la banca è incapace di soddisfare ulteriori domande di ritiro
- Con questo vincolo la banca arrivirà ad un punto in cui ha terminato tutte le sue risorse e i depositanti hanno l'incentivo a ritirare presto per trovarsi in prima fila
- La banca non può usare la sospensione della liquidità perchè non si rende conto che c'è una corsa agli sportelli fino a quando non è troppo tardi per fermarla
- Inoltre la sospensione della convertibilità risolve il problema della corsa agli sportelli solo se la banca conosce la proporzione di consumatori pazienti e impazienti

Equilibrium Bank Runs

- Problema con il modello: assume the le banche scelgano il portafoglio (x, y) e i contratti di deposito (c_1, c_2) al tempo 0 sotto l'aspettativa che l'allocazione ottimale venga raggiunta. La possibilità di una corsa agli sportelli qui non è prevista in $t = 0$
- In altre parole abbiamo dimostrato che, prese le decisioni nel periodo 0 come date, possiamo trovare un equilibrio nel periodo 1 in cui avviene una corsa agli sportelli
- Se le banche anticipano la possibilità di una corsa agli sportelli, le decisioni potrebbero essere diverse e ciò, a sua volta, potrebbe condizionare la probabilità o la possibilità di una corsa agli sportelli
- Per fare ciò dovremmo introdurre nel modello una qualche forma d'incertezza nell'economia che nella versione precedente è assente.
- Se per esempio ipotizziamo che esistano delle variabili esogene (sunspots) su cui gli individui possono coordinarsi è possibile dimostrare che un equilibrio con corsa agli sportelli può esistere anche se le banche si aspettano che possa esistere con qualche probabilità.