

## Esercitazione 1 — Venerdì 21 ottobre 2011

**Esercizio 1** Considerate una economia con assicurazione, in cui l'informazione sia perfetta e completa e ci siano due possibili stati di natura (come descritto in classe). Sia la compagnia di assicurazione caratterizzata da neutralità al rischio, mentre l'assicurato da avversione al rischio.

Analizzate il caso in cui l'assicuratore offra all'assicurato un contratto di assicurazione costituito dai seguenti elementi: il premio ( $\alpha$ ) che l'assicurato paga all'assicuratore, e un rimborso totale ( $\beta$ ) che lo stesso riceve nel caso in cui si manifesti il danno.

Sia  $\pi$  la probabilità con cui si verifica il danno, e sia  $L$  l'ammontare dello stesso. La dotazione iniziale del consumatore per ogni stato di natura sia pari a  $W$  unità dell'unico bene di consumo presente in questa economia.

1. Scrivete l'espressione per i profitti attesi della compagnia di assicurazione in funzione di  $\pi$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ .
2. Considerate un mercato assicurativo perfettamente competitivo, qual è la relazione tra  $\pi$  e  $(\alpha, \beta)$ ? Spiegate.
3. Scrivete le espressioni per le risorse disponibili per il consumatore nell'eventualità in cui il danno si verifichi (stato 2) e non si verifichi (stato 1), se lo stesso accetta il contratto offerto dall'assicuratore.
4. Enunciate e risolvete il problema di massimizzazione vincolata dell'utilità di un consumatore, che sia avverso al rischio ( $u(\cdot)$  sia crescente e strettamente concava), e che debba scegliere la distribuzione ottimale di consumi contingenti allo stato di natura  $(x_1, x_2)$  e il contratto di assicurazione ottimo  $(\alpha, \beta)$  in un mercato perfettamente competitivo. Interpretate i risultati.

**Esercizio 2** Riprendendo il medesimo contesto dell'Esercizio 1. Ripartite dall'espressione per i profitti attesi di una compagnia assicurativa rappresentativa, scritta in funzione di  $\pi$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ .

1. Per un dato livello di profitti per l'assicuratore  $\bar{\Pi}$ , scrivete l'equazione che ne rappresenta la funzione di iso-profitto. Esprimate la funzione di isoprofitto in funzione dei consumi contingenti agli stati di natura  $(x_1, x_2)$ , usando le espressioni che avete definito nel punto 3 dell'esercizio precedente. Rappresentate graficamente la famiglia di curve di iso-profitto.
2. Rappresentate la curva di iso-profitto che corrisponde a zero profitti (ZPL),  $\bar{\Pi} = 0$ , nello spazio Cartesiano  $(x_1, x_2)$ .
3. Mostrate che la curva ZPL passa per il punto di dotazione iniziale  $(W, W - L)$  ed ha una pendenza pari a  $-\frac{(1-\pi)}{\pi}$ .
4. Rappresentate graficamente l'allocazione ottimale ricavata al punto 4) dell'esercizio precedente nello spazio dei consumi contingenti  $(x_1, x_2)$ . Spiegate il risultato.

**Esercizio 3** Siano le preferenze di un consumatore rappresentate dalla funzione di utilità Bernoulliana  $u(\cdot) = \sqrt{w}$ , dove  $w$  rappresenta direttamente la ricchezza dell'individuo. Sia 400 euro il valore della ricchezza iniziale disponibile per il consumatore. Il consumatore possiede un biglietto di una lotteria che vale 1200 euro con probabilità  $1/2$  e 0 con probabilità  $1/2$ .

- Qual è l'utilità attesa del consumatore?
- Quale il prezzo minimo a cui egli sarebbe disposto a cedere il biglietto della lotteria?

**Esercizio 4** Siano le preferenze di un consumatore rappresentate dalla funzione di utilità Bernoulliana  $u(\cdot) = \ln(w)$ , dove  $w$  rappresenta direttamente la ricchezza dell'individuo. Il consumatore scommette sul lancio di una moneta sapendo che la probabilità che venga fuori testa è  $\pi$ . La scommessa premia con  $(w + x)$  se si realizza testa, e con  $(w - x)$  se si realizza croce per ogni  $x$  unità di numerario scommesse.

- Qual è la  $x$  ottima espressa in funzione di  $\pi$  e  $w$ ?
- Se  $\pi = 1/2$ , qual è la scelta ottima di  $x$ ?

**Esercizio 5** Siano le preferenze di un consumatore rappresentate dalla funzione di utilità Bernoulliana  $u(\cdot) = -\frac{1}{w}$ , dove  $w$  rappresenta direttamente la ricchezza dell'individuo. Il consumatore possiede un biglietto di una lotteria che corrisponde il premio  $w_1$  con probabilità  $p$  e  $w_2$  con probabilità  $(1 - p)$ .

- Qual è il valore della ricchezza iniziale che il consumatore vorrebbe possedere per essere indifferente tra questa ricchezza (certa) e la lotteria?