

Esercitazione 2 — 30 ottobre 2012

Esercizio 1 La concentrazione che un ingegnere mette nella sua attività di progettazione ha effetto sulla probabilità di commettere un errore nella realizzazione di un prodotto. L'ingegnere può scegliere due livelli di concentrazione, alta o bassa $c \in \{c_A, c_B\}$, che inducono un errore nella produzione con probabilità pari a 0,25 e 0,75, rispettivamente. La funzione di utilità dell'ingegnere sia data da : $U(w, c) = 100 - (10/w) - v$, con w che indica il salario monetario che l'ingegnere riceve, e v che rappresenta il costo della concentrazione in termini di utilità ed assume valore 2 se viene scelta c_A , e valore 0 altrimenti. Gli errori nella progettazione sono osservabili e dunque possono essere oggetto del contratto, mentre la concentrazione non lo è. Se l'ingegnere non fa errori il valore del prodotto ottenuto è pari a 20, mentre se fa errori lo stesso è pari a 0. L'imprenditore che assume l'ingegnere, cioè il principale, è neutrale rispetto al rischio. Supponete che l'utilità di riserva dell'ingegnere sia $\bar{U} = 0$.

- Qual è l'attitudine dell'ingegnere rispetto al rischio?
- Nella relazione con il principale, date le rispettive attitudini al rischio, cosa vi aspettate che succeda in condizioni di informazione completa e perfetta? E se l'informazione fosse imperfetta?
- Calcolate il contratto ottimo proposto all'ingegnere e la concentrazione che il principale desidera ottenere nel caso in cui l'informazione sia simmetrica.
- Calcolate il contratto ottimo proposto all'ingegnere e la concentrazione che il principale desidera ottenere nel caso in cui l'informazione sia asimmetrica.

Esercizio 2 Consideriamo un mercato in cui coesistano due gruppi di lavoratori, ciascuno contraddistinto da una diversa produttività. I lavoratori del primo gruppo hanno una produttività $\theta = 1$, mentre i lavoratori del secondo gruppo hanno una produttività $\theta = 2$. Ciascun lavoratore può accedere a dei corsi di formazione, ma il costo di raggiungere un dato livello di formazione è relativamente più elevato per i lavoratori a bassa produttività $\theta = 1$. In particolare, il costo di e unità di formazione per un generico lavoratore di tipo θ è misurato dalla funzione $c(e; \theta) = \frac{e}{\theta}$.

	Gruppi	Produttività (θ_i)	Quote	Costo della formazione
	I	1	λ	e
	II	2	$1 - \lambda$	$\frac{e}{2}$

Sia l'utilità del lavoratore di tipo θ data dalla relazione $U(w, e; \theta) = w - c(e; \theta)$ e sia il settore produttivo in concorrenza perfetta (i lavoratori vengono cioè retribuiti in base alla produttività attesa).

- Spiegate se il livello di formazione influenza la produttività del lavoratore. Quale sarebbe la scelta ottima in termini di formazione (e) se imprese e lavoratori avessero la stessa informazione sul livello di produttività θ di ciascun lavoratore?

Supponete che la produttività individuale sia informazione privata di ciascun lavoratore, dunque non osservabile dall'impresa, la quale può soltanto osservare il livello di formazione e raggiunto dal lavoratore. L'impresa in questione inoltre ritiene che un livello di formazione superiore o uguale a e_0 sia indice di elevata produttività, mentre un livello inferiore sia parimenti indice di bassa produttività. L'impresa è pronta dunque ad offrire la seguente struttura di salari: $w(e) = 2$ se $e \geq e_0$ e $w(e) = 1$ se $e < e_0$.

- Dati questi salari calcolate il livello di formazione che ciascun tipo di lavoratore sceglierà.
- Qual è la condizione necessaria su e_0 affinché la formazione sia un segnale efficace della produttività? Calcolate e_0 .

Mantenendo fissa l'ipotesi che la produttività individuale non sia osservabile dall'impresa, mentre lo sia la formazione e ; considerate ora il caso in cui l'impresa decida di voler offrire un salario costante a tutti i tipi di lavoratore indipendentemente dal livello di formazione raggiunto. Se l'impresa ritiene equiprobabile che un lavoratore sia di alta o di bassa produttività ($\lambda = 1/2$), sia $w(e) = E(w)$ il salario a cui l'impresa è disposta ad assumere il lavoratore, con $E(w) = 1/2 * \theta_1 + 1/2 * \theta_2$. Aggiungete inoltre l'ipotesi che ciascun lavoratore voglia al salario $E(w)$ scegliere di non fare nessuna formazione ($e = 0$).

- Discutete che tipo di equilibrio stiamo sostenendo in questo caso e trovate il livello di formazione che permette di sostenere questo equilibrio. Chiamate questo livello \bar{e} .
- Qual è la condizione necessaria su \bar{e} affinché la formazione sia un segnale efficace della produttività?
- Potete confrontare \bar{e} con e_0 ? Interpretate il risultato.
- In che tipo di mercato pensate stia operando l'impresa che è stata considerata in questo esercizio.

Esercizio 3 Air Shangri-la è la unica compagnia aerea che ha il permesso di volare tra le isole di Shangri-la e Nirvana. Ci sono due possibili tipi di passeggeri, a seconda della classe in cui viaggiano: la turistica o la business. I viaggiatori in business class sono disposti a pagare un prezzo più alto di coloro che viaggiano in classe turistica. La compagnia però non riesce a distinguere la categoria di viaggiatore se non dopo che ha comprato il biglietto. I due tipi di viaggiatori differiscono anche rispetto alla disponibilità a pagare per poter comprare il biglietto all'ultimo minuto, diciamo per il grado di flessibilità. (I passeggeri preferiscono rimanere flessibili il più possibile e avere la possibilità di acquistare il biglietto all'ultimo minuto).

Le utilità di ciascuno dei due tipi di viaggiatori dipendono dal prezzo del biglietto aereo, P , e dall'ammontare di tempo con cui devono acquistare il biglietto in anticipo W , e sono date dalle seguenti relazioni:

- Viaggiatori in business: $v - \theta_B P - W$

- Viaggiatori in turistica: $v - \theta_T P - W$

dove $0 < \theta_B < \theta_T$. (Osservate che per ogni dato ammontare di W , i viaggiatori in business class sono disposti a pagare un prezzo più alto per il proprio biglietto aereo. Inoltre, i viaggiatori in business sono disposti a pagare di più per vedersi ridurre il valore di W al minimo.) Sia $v > 0$ l'utilità di riserva per entrambi i tipi in caso decidano di non viaggiare. La probabilità con cui un viaggiatore preferisce la classe turistica sia data da λ . Supponete che il costo di trasporto per passeggero sia c , e che la compagnia aerea sia neutrale rispetto al rischio. In tutti i quesiti supponete sempre che la compagnia non voglia escludere nessun passeggero dal viaggiare.

a) Formulate il problema di discriminazione di prezzo che la compagnia aerea risolve nell'ipotesi che intenda massimizzare i propri profitti attesi e possa osservare i tipi dei viaggiatori.

b) Formulate il problema di discriminazione di prezzo ottimale della compagnia aerea, che intende massimizzare i propri profitti attesi e NON può osservare i tipi dei viaggiatori. [Suggerimento: Imponete i vincoli di non-negatività sui prezzi offerti, poiché se venisse offerto un biglietto ad prezzo negativo la compagnia venderebbe una quantità infinita di biglietti a quel prezzo.]

c) Mostrate che la soluzione ottima per la Air Shangri-la implica che i viaggiatori in classe turistica siano indifferenti tra acquistare il biglietto e non viaggiare affatto.

d) Mostrate che la soluzione ottima del problema della Air Shangri-la implica che i viaggiatori in business class non acquistino mai il biglietto con anticipo prima della partenza, e che siano indifferenti tra fare questo e comprare quando comprano i viaggiatori in classe turistica.

e) Risolvete il problema di discriminazione di prezzo della Air Shangri-la nell'ipotesi che la compagnia venda biglietti ad entrambi i tipi di viaggiatori. In che modo la soluzione dipende dai parametri λ , θ_B , θ_T e c ?