Exercizi

1) Monopsonista

L'Impresa vorrebbe max profiti

$Pi = 100\ L^{0.5} - w(L)L$

w(L) è quanto deve pagare per assumere l'ulitimo di L lavoratori, cioè w dala curva di domanda

$w(L) = L^{0.25}$

Si calcoli L per max profiti.

Soluzione:

$Pi = 100\ L^{0.5} - L^{0.25}L = 100\ L^{0.5} - L^{1.25}$

F.O.C.

$0 = 50L^{-0.5} - 1.25L^{0.25}$

$50L^{-0.5} = 1.25L^{0.25}$

$50/1.25 = L^{0.75}$

$40 = L^{3/4}$

$L = 40^{4/3}$

2) Contrattazione

Impresa Max $\pi = 100Ln(L) – WL$

Sindicato Max $U = Ln(W-10)L$

Cos'è l'insieme di contratti efficiente nel senso di Pareto ?

1) Pareto efficiente implica Max U col vincolo $\pi>=\pi^*$

(per diversi π^*)

Quindi

Max $Ln(W-10)L – \lambda (\pi^*-(100Ln(L) – WL)) =$

Max $Ln(W-10)L – \lambda \pi^* + \lambda(100Ln(L) – WL)$

FOC per W

$0 = L/(W-10) - \lambda L$

Quindi

$\lambda= 1/(W-10)$

FOC per L

$Ln(W-10) + \lambda(100/L – W) = 0$

Sost. λ

$Ln(w-10) + (100/L – W)/(W-10) = 0$

Quindi

$(W-10)Ln(w-10) + (100/L – W)=0$

$100/L = W-(W-10)Ln(W-10)$

$L = 100/(W-(W-10)Ln(W-10))$

Se W =Salario di riserva, il sindacato sarebbe indifferente fra L maggiore o minore

Quindi ln(salario di riserva – 10) = 0

Salario di riserva -10 = 1

Salario di riserva = 11

Nota bene 11 non 10.

Nota derivato rispetto W del denominatore =

$d(W-(W-10)Ln(W-10))/dw$

$= (1- \ln(W-10) - (W-10)/(W-10)) = -\ln(W-10)$

A $W=11$ e 0 per $W>11$ il derivato del denominatore <0 quindi

Ss $dL/dW > 0$

$dL/dW = -100(-\ln(W-10))/((W-(W-10)Ln(W-10)))^2$

$= 100\ln(W-10)/((W-(W-10)Ln(W-10)))^2 > 0$

Poi al salario massimo possibile $\pi=0$ quindi

$W \le W$ cosi che

$100Ln(100/(W-(W-10)Ln(W-10))) - W(100/(W-(W-10)Ln(W-10))) = 0$

(che schiffo)

Soluzione (non c'era bisogna del roba dL/dW l'ho fatto per sfizio)

L'insieme e (W,L) cosi che

a) $W \ge 11$

b) $W \le W$ cosi che $100Ln(100/(W-(W-10)Ln(W-10))) - W(100/(W-(W-10)Ln(W-10))) = 0$

c) $L = 100/(W-(W-10)Ln(W-10))$

3) Impresa Max Pi = $100L^{0.5} - WL$

(nota correzione del esercizio – mi dispiace)

Salario di reserva del worker numero L = 2L

Sindacato con 100 iscritti

max reddito totale = U = WL + integrale da L a 100 [2Ldl]

Per la soluzione

$dU/dL = W - 2L$

(cioè effetto di un altra lavoratore assunto dalla impresa al reddito totale dei lavoratori è

Il salario W meno il suo salario alternativa = il suo salario di riserva)

a) Si trovi W e L se il sindacato scelga W e l'mpresa scelga L per max Pi

Il sindacato tiene conto del effeto di W su L e quindi il FOC diventa

$dU/dW = L + (dL/dW)(dU/dL) = L + (dL/dW)(W - 2L)$

curva di domanda. L'impresa max Pi quindi

FOC

$50L^{-0.5} - W = 0$

$L = 2500/W^2$

$dL/dW = 5000/W^3$

il sindacato tene conto della curva di domandi di lavoro quindi scelga W per max

WL + integrale da L a 100 [2Ldl]

con $dU/dL = W-2L$

FOC di W (unico FOC)

$L + (dL/dW)(W-2L) = 0$

Sostituzione per L e dL/dW

$2500/W^2 + (5000/W^3)(W-5000/W^2) = 0$

$2500W + 5000(W-5000/W^2) = 0$

$W + 2W - 10000/W^2 = 0$

$3W = 10000/W^2$

$W^3 = 10000/3$

$W = (10000/3)^{(1/3)}$

b) Si trovi l'insieme di contratti efficienti, cioè risultati (W,L) efficiente nel senso di Pareto

Max WL + integrale da L a 100 [2Ldl] – λ Pi* + $\lambda(100L^{0.5} - WL)$

FOC W

$L - \lambda L = 0$

$\lambda = 1$

FOC L

$W - 2L + \lambda(50L^{-0.5} - W) = 0$

Quindi

$W - 2L + (50L^{-0.5} - W) = 0$

$-2L + 50L^{-0.5} = 0$

$50L^{-0.5} = 2L$

$25 = L^{1.5}$

$L = 25^{2/3}$

L'insieme e una retta verticale a $L = 25^{2/3}$. Per finire bisogna trovare il minimo e il massimo di W

W>=Salario di riserva = $2L = 2(25^{2/3})$

Pi >=0 quindi

$0 = 100(25^{2/3})^{0.5} – W(25^{2/3}) = 100(25^{1/3}) – W(25^{2/3})$

$W <= 100(25^{-1/3})$

4) Un'impresa produce un bene impiegando una funzione di produzione F(L), e vende il bene ad un prezzo p esogeno e stocastico. In ogni periodo t il prezzo può assumere 2 valori: $p_t = 1$ con probabilità p pari a 0,5 e $p_t = 4$ con probabilità pari a 0.5. L'impresa cerca di massimizzare il suo profitto pari a pF(L)-wL con w=1.

a) Supponendo che $F(L) = L^{0,5}$ e l'impresa possa scegliere L_t in ogni tempo t e senza costi di aggiustamento, si calcoli il valore atteso di L_t .

Foc $0,5p_t L_t^{-0,5} - 1$
se $p_t = 1$
$0,5 L^{-0,5} = 1$
$L_t = 0,25$
Se $p_t = 4$
$2L_t^{-0,5} = 1$
$L_t = 4$
$E(L_t) = 0,5(4,25) = 2,125$

b) Supponendo che $F(L) = L^{0,5}$ e l'impresa debba scegliere L una volta per sempre, a causa dell'enorme ammontare dei costi di aggiustamento, si calcoli il valore di L.

max $E(pi) = (4L^{0,5} + L^{0,5})/2 - L = 2.5 L^{0,5} - L$ *
FOC $1,25L^{-0,5} - 1 = 0$
$L = (1,25)^2 = 25/16 = 1,5625$

$L < E(L_t)$ da a)

c) Supponendo che $F(L) = 1- 1/(1+L)$ e l'impresa sia libera di scegliere L_t , in ogni t, senza costi di aggiustamento, si calcoli il valore atteso di L_t .

FOC $p_t/(1+L_t)^2 - 1 = 0$
$L_t = (p_t)^{0,5} - 1$
Se $p_t = 1$ $L_t = 0$
Se $p_t = 4$ $L_t = 1$

$E(L_t) = 0,5$

d) Supponendo che $F(L) = 1- 1/(1+L)$ e l'impresa debba scegliere L una volta per sempre, a causa dell'enorme ammontare dei costi di aggiustamento, si calcoli il valore di L

$E(pi) = 2,5(1- 1/(1+L)) - L$
FOC
$2,5/(1+L)^2 - 1 = 0$
$L = 2,5^{0,5} - 1 > 1.58 - 1 = 0.58 > E(L_t)$ da c)
* Ringrazio Chiara Barisano e Fulvio Corini per avere trovato un errore negli appunti in rete.

5 (troppo difficile) . Ahimé Il mondo dura solo 2 periodi. Un'impesa vuole max il valore atteso scontato di profiti.
Notazione L1 = lavoro impiegato in periodo 1, L2 in periodo 2. P2 = il prezzi del prodoto in periodo 2 (P1 = 100 in periodo 1). W = 1 = il salario (costante e esogeno).

L'impresa sceglie L1 in period 1 non sapendo il prezzo di periodo 2. Sa che dovrà pagare (L1-L2)F se vuole L2<L1. Il tasso di sconto e 0.1 quindi

$$\text{Max } E(100\text{Ln}(L1) - L1 + (P2\text{Ln}(L2)-L2 - (L1-L2)F)/1.10)$$

P2 = 100 con probabilità 0.5
P2= 50 con probabilità 0.5

Si calcoli L1 come funzione di F.

------------------------------------- prova prima di guardare qui---
a) Si calcoli L2 come funzione di L1 e F
Se P2 = 100 L2 >L1 o L2=L1 quindi l'impresa non licenzia e non paga F quindi
Max 100ln(L2) – L2
L2

FOC 100/L2-1 = 0
L2 = 100

b) se P2 = 50, o L2=L1 o L2<L1

i) Se F sia molto alto, L2=L1 e l'impresa non paga F e

FOC 50/L2 -1 = 0
L2 = 50

ii) Altrimenti L2<L1 quindi l'impresa paga (L1-L2)F

Max 50ln(L2) – L2 -(L1-L2)F

FOC 50/L2 -1 +F = 0

L2 = 50/(1-F)<L1

b) Scelta di L1

Caso i L2 = 100 se P2=100, L2 = L1 se P2=50
quindi l'impresa non paga F ma forse avra + lavoratori di quanto vorrebbe in periodo 2.

$$\max_{L1} E(100\ln(L1) -1 + (P2\ln(L2)-1)/1.10) =$$
$$100\ln(L1) – 1 +[0.5(100\ln(100)-100) + 0.5(50\ln(L1)-L1)]/1.10$$

$E(P2) = 75$ q

FOC

$100/L1 – 1 + 0.5(50/L1 -1)/1.10 = 0$

$110/L1 – 1.1 + 25/L1 – 0.5 = 0$

$135/L1 = 1.6$

$L1 = 135/1.6$

Caso 2 $L2 < L1$ se $P2 = 50$

$$\max_{L1,L2} 100\ln(L1) – 1 +[0.5(100\ln(100)-100) + 0.5(50\ln(L2)-L2-(L1-L2)F)]/1.10$$

FOC_{L1} $100/L1-1 -0.5F/1.10 = 0$

$L1 = 100/(1+0.5F/1.10)$

$E(L1 + L2) = 100/(1+0.5F/1.10) + 0.5[(50/(1-F)) + 100])$

$d(L1+L2)/dF = 100[-(0.5/1.10)/(1+0.5F/1.10)^2 + 0.25/(1-F)^2]$