
Esame Statistica

COMPITO A

03.06.2025

Nome Cognome.....

Numero Matricola.....

Istruzioni:

1. Durata dell'esame: 1 ora e mezza.
 2. Approssimare tutti i calcoli alla seconda cifra decimale.
 3. Ai fini della valutazione si terrà conto solo ed esclusivamente di quanto riportato negli appositi spazi.
 4. Al termine della prova, è **OBBLIGATORIO** consegnare il presente foglio ed il foglio di brutta (DI CUI NON SI TERRÀ CONTO AI FINI DELLA VALUTAZIONE).
-

1. (**5 punti**) Su un campione di 300 acquirenti di detersivi per piatti sono stati rilevati i livelli di soddisfazione per tre diverse marche, la cui distribuzione doppia è sintetizzata nella Tabella 1:

Marca	Livello di soddisfazione			Totale
	Insoddisfatti	Indifferenti	Soddisfatti	
A	20	40	40	100
B	20	30	50	100
C	50	30	20	100
Totale	90	100	110	300

Tabella 1: Soddisfazione dei clienti per Marca di detersivo

- (a) Indicare la tipologia dei caratteri: *Marca di detersivo* e *Livello di soddisfazione*
- (b) I caratteri *Marca di detersivo* e *Livello di soddisfazione* sono caratteri indipendenti? Motivare la risposta
- (c) Estraendo a caso uno dei 300 acquirenti calcolare la probabilità CONGIUNTA che acquisti A e sia insoddisfatto;
- (d) Estraendo a caso uno dei 300 acquirenti calcolare la probabilità che sia insoddisfatto CONDIZIONATAMENTE ad avere acquistato la Marca A;
- (e) Qual è il valore modale del carattere *Marca di detersivo* all'interno dei clienti *Soddisfatti*?

a)

b)

c)

d)

e)

2. (1 punto) In una ditta lavorano 4 ingegneri che percepiscono un reddito lordo di 25000€ all'anno ciascuno, e il proprietario, anch'egli un ingegnere percepisce un reddito di 100000€ all'anno. Calcolare il reddito medio annuo di un ingegnere.

3. (2 punti) Viene richiesto un intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha = 0.90$ per la proporzione di cittadini che NON approvano le politiche del governo sul tema della Sicurezza. Su un campione di 300 cittadini, 200 rispondono di NON approvare le attuali politiche. Calcolare l'intervallo di confidenza, specificando le formule utilizzate.

4. **(1 punto)** La distribuzione della lunghezza di barrette di accaio prodotti in serie è normale con media pari a 4 cm e varianza uguale a 0.04 cm^2 . Il 49-esimo centile della distribuzione della vita della lampadina è approssimativamente:
- ☐ 3.812 cm
 - ☐ 4.2 cm
 - ☐ 4.625 cm
 - ☐ 3.995 cm
 - ☐ 4.375 cm
5. Il prezzo del caffè al centro di Roma durante il mese scorso ha seguito una distribuzione Normale di media $\mu = 1.10$ euro. Vengono estratti 15 bar al centro di Roma e, per ognuno, si rileva il prezzo del caffè, trovando una media campionaria di 1.15 euro e una varianza campionaria corretta di 0.0625 euro^2 .
- (a) Calcolare l'intervallo di confidenza al 99% per il prezzo medio del caffè **(2 punti)**
 - (b) Verificare l'ipotesi nulla che il prezzo medio del caffè sia rimasto invariato contro l'alternativa che sia aumentato, avendo fissato un livello di significatività α pari a 0.01 **(2 punti)**

a)

b)

6. **(3 punti)** Mario ha calcolato che la durata del tragitto quotidiano per raggiungere l'università da casa sua è ben descritto da una variabile casuale Gaussiana con media 40 minuti e varianza 49 min^2
- (a) Qual è la probabilità che oggi Mario impieghi tra 39 e 50 minuti per raggiungere l'università?
 - (b) Qual è la probabilità che sia oggi sia domani Mario impieghi tra 39 e 50 minuti per raggiungere l'università?

- (c) Considerando inoltre che la durata quotidiana del viaggio è indipendente da quella degli altri giorni, qual è la probabilità che in 7 giorni consecutivi la durata media del suo viaggio sia compresa fra 39 e 50 minuti?

a)	b)
c)	

7. Un college con tasse scolastiche più elevate corrisponde a lavori più remunerativi? Per i 30 migliori college negli Stati Uniti sono stati rilevati il reddito annuo lordo dopo 10 anni dalla fine del college in migliaia dollari (Y) e i relativi costi di iscrizione annuali (X) in migliaia dollari.

$$\sum_{i=1}^{30} x_i = 1200 \quad \sum_{i=1}^{30} y_i = 1860 \quad \sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 60300 \quad \sum_{i=1}^{30} y_i^2 = 128190 \quad \sum_{i=1}^{30} x_i y_i = 85000$$

- (a) calcolare i parametri della retta di regressione del reddito a 10 anni dalla fine del college (Y) sul costo di iscrizione annuale (X) e spiegarne il significato (**2 punti**)
- (b) Si calcoli il coefficiente di determinazione (**2 punti**)
- (c) Valutare la somma dei residui (**1 punto**)
- (d) Valutare la somma dei residui al quadrato (**1 punto**)
- (e) Secondo il modello, qual è il reddito annuo atteso a 10 dalla fine di un college la cui tasso di iscrizione annuale è di circa 42 mila dollari? (**1 punto**)

a)	
b)	

c)	d)
e)	

8. (4 punti) Un villaggio rurale di 5 famiglie ha in comune una cisterna che distribuisce acqua secondo la seguente tabella :

Famiglia	Litri (migliaia)
A	90
B	10
C	50
D	20
E	30

Si decida, sulla base di un opportuno indice, se l'acqua sia o meno equamente ripartita tra le famiglie del villaggio

- (a) Calcolare un opportuno di indice di Concentrazione
(b) Disegnare la curva di concentrazione

a)

b)

9. (**1 punti**) Sia X una v.a. con valore atteso μ e varianza σ^2 e sia (X_1, X_2, X_3, X_4) un campione casuale semplice distribuito come X . Il seguente stimatore è uno stimatore corretto per μ ?

$$T = \frac{3}{4}X_1 - \frac{1}{4}X_2 + X_3 - \frac{1}{2}X_4$$

10. Elencare e commentare le proprietà della proporzione campionaria come stimatore della proporzione della popolazione (**2 punti**)