

SIMULAZIONE ESAME MATEMATICA GENERALE, II CANALE, a.a 2011/2012

Docente: Stefano Viaggiu

[1] (Punti 5) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) \left(e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} - 1 \right) \sqrt{x^2 + 2x + \cos^2 x^4}.$$

[2] (Punti 11) Data la funzione $f(x) = (x^2 + x)e^{-\frac{1}{x}}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[3] (Punti 5) Sia data la funzione $f(x) = \cos(2x)e^{\sin(2x)} - 3$, calcolare l'area compresa tra il grafico di $f(x)$ e le rette $x = -\frac{\pi}{4}$ e $x = \frac{\pi}{4}$ e $y = 0$.

[4] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} 1+t & 0 & 2t+2 \\ 1 & 0 & 2+t \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 0 \\ 1-3t \\ 1 \end{bmatrix}$.

Dopo aver enunciato il teorema di Rouché-Capelli, studiare le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare inoltre la soluzione esplicita del sistema non omogeneo con la regola di Cramer nel caso $t = 1$. Discutere infine il sistema omogeneo associato al variare di t .