

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, II CANALE, 3 FEBBRAIO 2012

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 11) Data la funzione $f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x-1}}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A = \begin{bmatrix} t+2 & 2t & -1 \\ 1 & -2 & t \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 1 \\ -t \\ t \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Discutere infine (senza determinare le soluzioni esplicitamente) il sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia data la funzione $f(x) = (1+6x) \cos(6x)$. Calcolare $\int_0^{\frac{\pi}{12}} f(x) dx$.

[4] (Punti 5) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{2}{x^2}} - 1 \right) \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^4} \right) \sqrt{x^8 + \sin^{16}(x)}.$$

[5] (Punti 5) Sia $f(x, y) = x - x^3 + x^2 - 4xy + 4y^2 + 4$. Determinare la natura dei seguenti punti:

$$(0, 0), \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{2\sqrt{3}} \right), (1, 0), \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{2\sqrt{3}} \right), \left(0, \frac{1}{4} \right), \left(-\frac{1}{3}, 0 \right).$$