

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, II CANALE, 30 GENNAIO 2013

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3-1}}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t & t & 1 \\ t & 0 & 3 \\ 1 & \frac{t}{2} & -1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} t \\ 2t \\ 3 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia data la funzione $f(x) = \sin(x) \cos(x) + \frac{\ln(x)}{2x^2} + (4x+2)e^{x^2+x}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \left[\sin\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x^2} \right]}{e^{-x^2} + x + \sin(x^4)}.$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = x^4 + 2x^2 + 4xy + 4y^2 + 1$. Determinare la natura dei suoi punti critici.