

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, II CANALE, 4 Settembre 2013

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \frac{\ln x^3}{x}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(1+x)$ e determinarne il dominio

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t-1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & t-1 & -t+1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ t-1 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \frac{\ln x^3}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2+2x} + \frac{1}{x^2+2}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{[e^{\frac{1}{x^4}} - 1][\ln(1+x^4)]}{[\sin x^6 + x^4 + \ln x^6] \sin\left(\frac{1}{x^4}\right)}.$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = x^3 + x^2 + y^2 + 2xy - 3x$. Determinare la natura dei suoi punti critici.