

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLESE, 10 Gennaio 2014

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(1+x)$ e determinarne il dominio

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t & 0 & t \\ 0 & 1 & 1 \\ t & 1 & 2t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = x \ln(x+1) + 2x\sqrt{4x^2+2}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x^2 + \sqrt{x} - x^4 + x][x + x \ln(x) + \sqrt{x}]}{\sin(2x)}.$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 4)$. Determinare il suo dominio sul piano $x-y$ e rappresentarlo graficamente sullo stesso piano. Calcolare infine, se esistono, gli eventuali punti critici e la loro natura.