

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLESE, 30 Giugno 2014

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \ln(x^2 - 1) - \ln(1 + x^2)$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A = \begin{bmatrix} t & -t \\ -t & -t \\ 1 & t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} -t \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \sin^2(x) \cos(x) + \frac{2e^{3x}}{(e^{6x}-1)} + \ln(x-1)^3$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}} [\arctan(x) + \sqrt{x} - x] \left(1 - \frac{\sin(x^2)}{x^2}\right)$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1) - \ln(4 - x^2 - y^2) + 1$. Determinare il dominio della $f(x, y)$ e rappresentarlo graficamente. Calcolare poi i suoi punti critici nel dominio (senza specificarne la natura).