

## COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLESE, 4 Settembre 2014

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME: .....

NOME: .....

MATRICOLA: .....

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione  $f(x) = \ln(x^2) - \ln(1-x^2)$ , studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione  $g(x) = f(-x)$  e determinarne il dominio

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare  $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ , con  $A= \begin{bmatrix} t & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & t & -t \end{bmatrix}$

e  $\mathbf{b}$  é il vettore colonna dato da  $\begin{bmatrix} t \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale  $t$  usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di  $t$ .

[3] (Punti 5) Sia  $f(x) = \sin^{19}(x)\cos^3(x) + \frac{1}{x^2+x-2} + \frac{1}{\sqrt{3x+9}}$ . Calcolare  $\int f(x)dx$ .

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left[ e^{\frac{1}{x^2}} - 1 \right] [x^2 + x - \sin(x) + x^3]}{(\sqrt{x} + 1) [e^{-\sqrt{x}} + \sqrt{x} + \arctan(x)]}$$

[5] (Punti 4) Sia  $f(x, y) = x^3y + y^3x + xy^2 + yx^2$ . Determinare la natura dei suoi punti critici giacenti nel piano  $x - y = 0$  e sugli assi coordinati.