

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLEM1, 11 Giugno 2015

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \ln \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(x+1)$ e determinarne il dominio

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t-1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 4 \\ t-1 \\ t-1 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare infine **esplicitamente** le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare del parametro t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = x^2\sqrt{1-x^3} + \frac{e^{-x}}{e^{(-2x)}-1} + \frac{\sqrt{\arctan(2x)}}{1+4x^2}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + e^{x^2} \right) (\sin(x^2) - x^4) + \frac{1+x}{3}.$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = 2e^{(x^2+y^2-4)}$. Determinare il suo dominio e rappresentarlo graficamente. Calcolare, se esistono, gli eventuali punti critici ed il piano tangente nel punto $(f(0, 1), 0, 1)$