

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLEM1, 14 Settembre 2015

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \ln(x^2 - 1) - x$, studiare il dominio, simmetrie, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ t^2 & 1 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} t \\ t \\ 0 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare infine **esplicitamente** le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare del parametro t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \frac{x^2}{1+x} + \ln(x^3) - \frac{2x+1}{\sqrt{x+x^2}}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(e^{-2x} + \sqrt{x} + x^2 - x + \sin^4(x))}{\ln(1 + 2x^3) - \arctan(x)}$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = \arctan(x + y) + \arctan\left(\frac{1}{x+y}\right) - x^2 + xy$.

Determinare il suo dominio e rappresentarlo graficamente. Calcolare, se esistono, gli eventuali punti critici senza specificarne la natura.