

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLEM1, 4 Febbraio 2016

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+x-2}} - 1$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(x+1)$ e determinarne il dominio.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A = \begin{bmatrix} 0 & t & 0 \\ t & t & 1 \\ 1 & 0 & t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} t \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}} + \frac{e^x}{e^{2x}+e^x-2} + \ln^2(x)$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \left[e^{(x+x^2)} - 1 \right] - 2x^2}{\sin(x^2)} - \frac{1}{x^2} - 1$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = \sqrt{e^{(x^3-3xy+\frac{y^2}{2})}}$. Determinare il suo dominio e rappresentarlo graficamente. Calcolare, se esistono, gli eventuali punti critici senza specificarne la natura.