

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLEM2, 20 GIUGNO 2016

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO B

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = (1-x)e^{\left(\frac{1}{x}\right)}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(1-x)$ e determinarne il dominio.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t & -t \\ 0 & t \\ 2 & -t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} t \\ t \\ t \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare infine **esplicitamente** le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare del parametro t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = x^2 \cos(x) + x\sqrt{x-1} + \ln(1-\sqrt{x})$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) (x^5 + x^3 + \sqrt{x}) \frac{(1 - e^{-x^3})}{x^3} - \frac{1}{x}$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = y \ln(y^2 - x^2) - x \ln(x^2 + y^2)$. Determinare il suo dominio e rappresentarlo graficamente. Dire se il punto $(0, 1)$ è punto critico. Calcolare infine il piano tangente nel punto $(x, y) = (0, 1)$