

# COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE, CLEM2, 12 SETTEMBRE 2016

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME: .....

NOME: .....

MATRICOLA: .....

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione  $f(x) = \ln(x^2 + x - 2) + \ln(x + 3)$ , studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Calcolare la derivata seconda senza studiarla. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione  $g(x) = f(1 + x)$  e determinarne il dominio.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare  $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ , con  $A= \begin{bmatrix} 0 & 1 & t \\ 0 & t & 1 \\ t & 0 & 1 \end{bmatrix}$

e  $\mathbf{b}$  é il vettore colonna dato da  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale  $t$  usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di  $t$ .

[3] (Punti 5) Sia  $f(x) = \frac{e^x}{e^x + e^{-x}} + \frac{[\arctan(x)]^3}{1+x^2} + \frac{\ln x^3}{x}$ . Calcolare  $\int f(x)dx$ .

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sqrt{x} + x^2) \left( e^{-\frac{1}{x}} - \sqrt{x} \right)}{\sin \sqrt{x}} - \ln(\sqrt{x})$$

[5] (Punti 4) Sia  $f(x, y) = e^{[-x^3 + 3x + y^3 - 2y]}$ . Determinare il suo dominio e rappresentarlo graficamente. Determinare tutti i suoi punti critici senza specificarne la natura. Calcolare infine il dominio e i punti critici della funzione  $\ln(f(x, y))$ .