

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE 12 CREDITI

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

[1] (Punti 10) Data la funzione $f(x) = \frac{\ln|x|}{x}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia e convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 7) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t & t & -1 \\ 0 & t & 0 \\ -1 & t & t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x, y) = 2xy + 2x(2 - x) - 2y(y + 3) + 2$. Determinare la natura dei suoi punti critici.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{2}{x^4}} - 1 \right) \left[\sin \left(\frac{1}{x^4} \right) - \frac{1}{x^8} \right] \left[x^8 + \frac{x^8}{\ln(x)} - x^4 \right]$$

[5] (Punti 2) Sia $f(x) = \ln(16 + 2x^2)$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[6] (Punti 2) Dopo aver definito il rango di una matrice, dare (motivando la risposta) un esempio di una matrice 3×2 di rango 2.

[7] (Punti 2) Enunciare senza dimostrare il teorema degli zeri per funzioni continue.