

COMPITO ESAME MATEMATICA GENERALE

9 CREDITI, 16 GENNAIO 2017

Docente: Stefano Viaggiu

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

RISOLVERE I PRIMI TRE ESERCIZI ED UNO A SCELTA TRA I NUMERI 4 E 5 (tempo 150 minuti).

IMPORTANTE: Affinché il compito possa essere considerato valido, lo studente deve provare a svolgere lo studio di funzione.

[1] (Punti 12) Data la funzione $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{(x+1)}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti. Determinare infine la forma esplicita della funzione $g(x) = f(1+x)$ e determinarne il dominio.

[2] (Punti 9) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A = \begin{bmatrix} 1 & t & 0 \\ 4 & 0 & 2t \\ 2t & 0 & 4 \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 0 \\ t \\ 1 \end{bmatrix}$. Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x) = \ln^2(x) + \frac{1}{e^x - e^{-x}} + x \arctan(x)$. Calcolare $\int f(x) dx$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x+x^2) \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)}{\sin \sqrt{x}} - \ln(\sqrt{x})$$

[5] (Punti 4) Sia $f(x, y) = x^2 e^{(x^2+y^2)}$. Determinare tutti i suoi punti critici specificandone la natura.